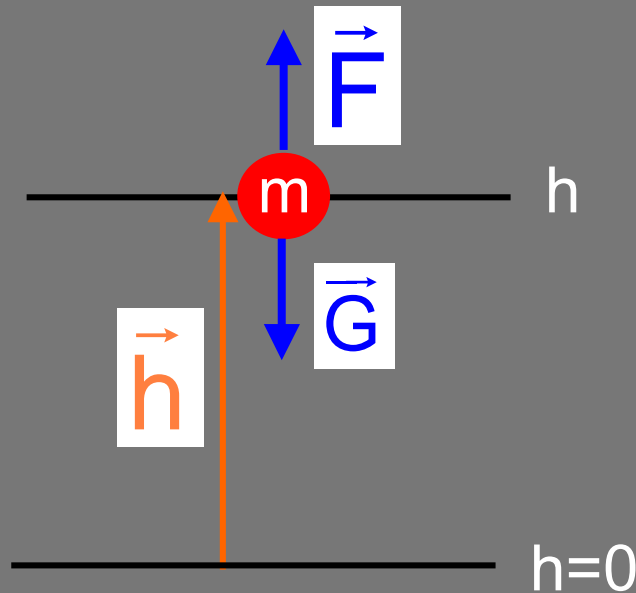




## Potentielle Energie im Gravitationsfeld



$$W = \vec{F} \cdot \vec{h} = F \cdot h \cdot \cos(\angle(\vec{F}; \vec{h})) \\ = G \cdot h = m \cdot g \cdot h$$

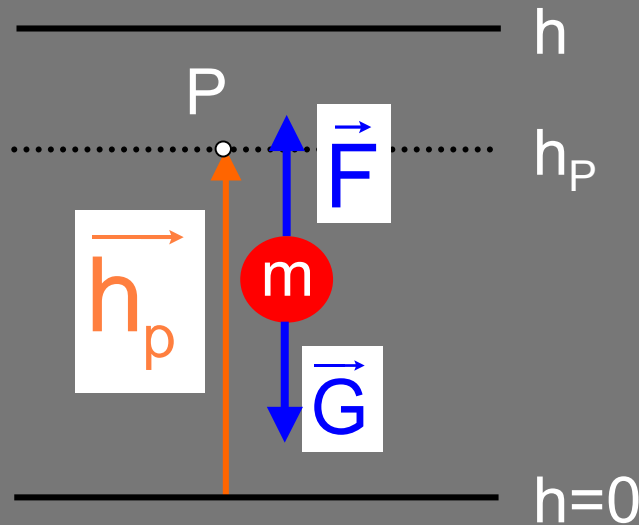
$$\vec{G} = m \cdot \vec{g}$$

$$\vec{g} = \frac{\vec{G}}{m}$$

Gravitations-  
beschleunigung oder  
Gravitationsfeld-  
stärke



## Potential im Gravitationsfeld



Definition:

$$\begin{aligned} \varphi(h_p) &= \frac{W_{0 \rightarrow h_p}}{m} = \frac{m \cdot g \cdot h_p}{m} \\ &= g \cdot h_p \end{aligned}$$

heißt Potential des Punktes P im Gravitationsfeld bzgl. des „Nullpotentials“  $P_0$  bei  $h=0$

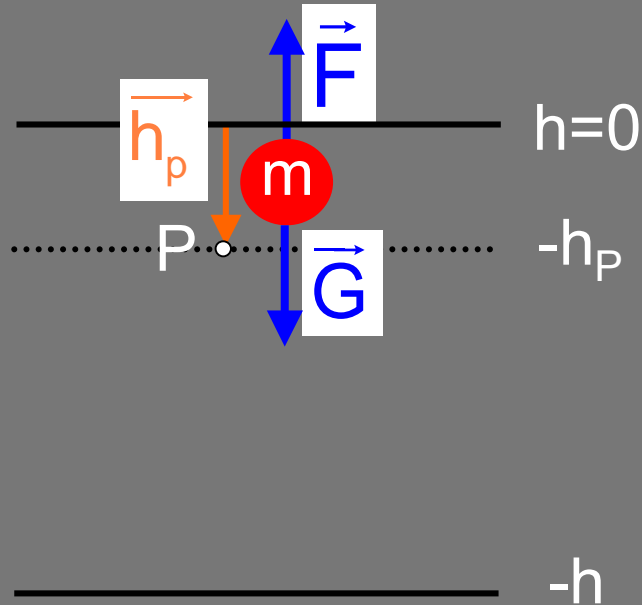
$$\begin{aligned} W_{0 \rightarrow h_p} &= \vec{F} \cdot \vec{h}_p = F \cdot h_p \\ &= G \cdot h_p = m \cdot g \cdot h_p \end{aligned}$$

Muss Arbeit aufgebracht werden, um die Masse  $m$  zum Punkt P zu bringen, dann ist

$$\varphi > 0$$



## Potential im Gravitationsfeld



$$\begin{aligned} \varphi(-h_p) &= \frac{W_{0 \rightarrow -h_p}}{m} = -\frac{m \cdot g \cdot h_p}{m} \\ &= -g \cdot h_p \end{aligned}$$

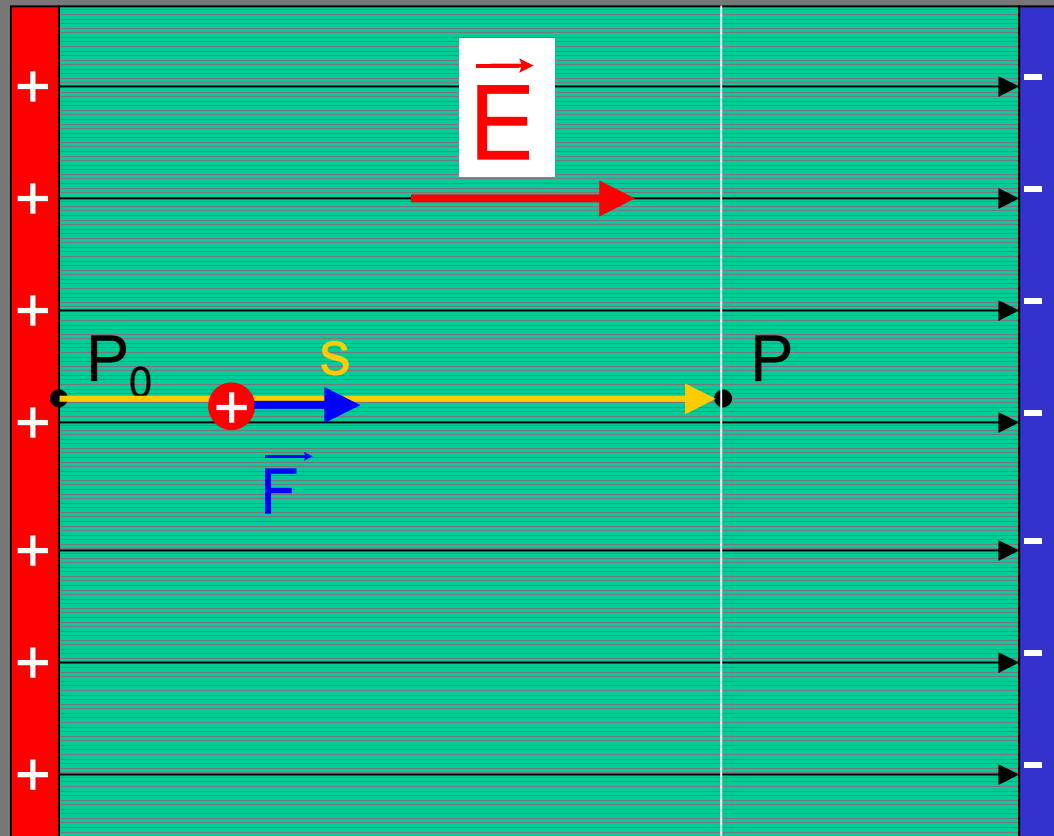
Wird Arbeit frei, wenn die Masse  $m$  zum Punkt  $P$  gebracht wird, dann ist

$$\varphi < 0$$

$$\begin{aligned} W_{0 \rightarrow h_p} &= \vec{F} \cdot \vec{h}_p = -F \cdot h_p \\ &= -G \cdot h_p = -m \cdot g \cdot h_p \end{aligned}$$



## Arbeit im homogenen Elektrischen Feld



$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{+q}$$

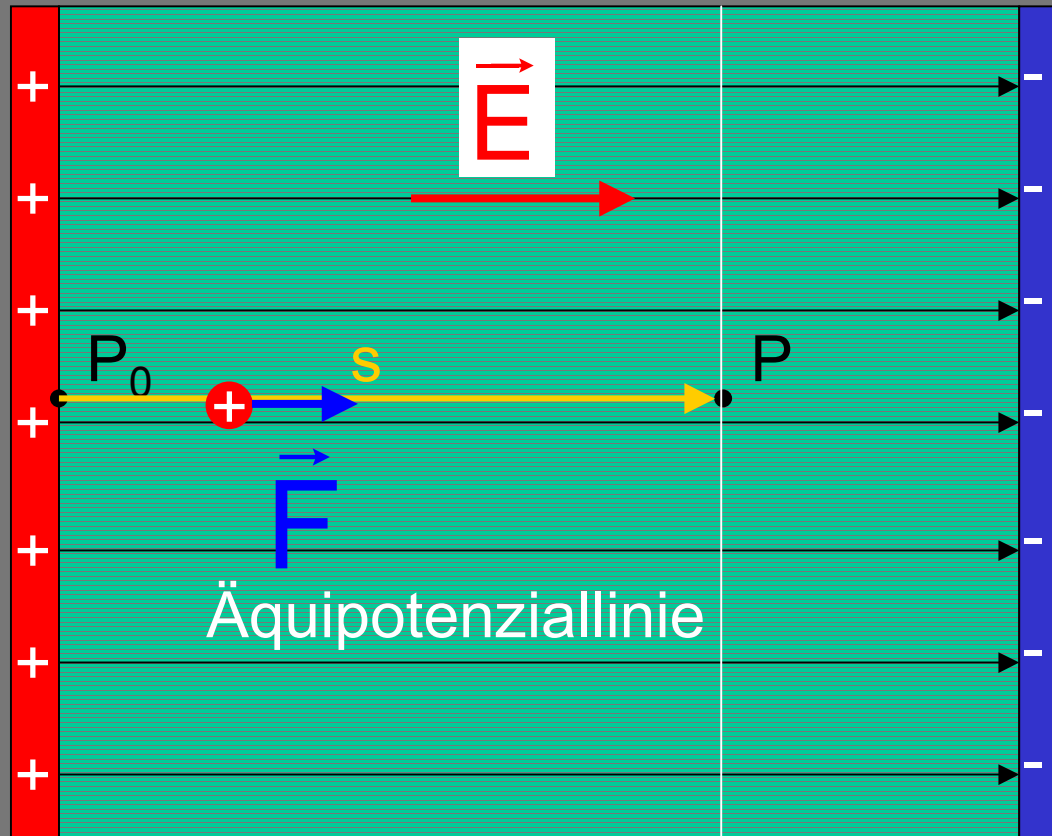
$$\vec{F} = +q \cdot \vec{E}$$

$$W_{P_0 \rightarrow P} = -\vec{F} \cdot \vec{s} = -F \cdot s \cdot \cos(\angle(\vec{F}; \vec{s}))$$

$$= -F \cdot s = -q \cdot E \cdot s$$



# Potenzial im homogenen Elektrischen Feld



Definition:

$$\varphi(P) = \frac{W_{P_0 \rightarrow P}}{q} = -E \cdot s$$

heißt Potential des Punktes P im elektrischen Feld bzgl. des „Nullpotentials“  $P_0$

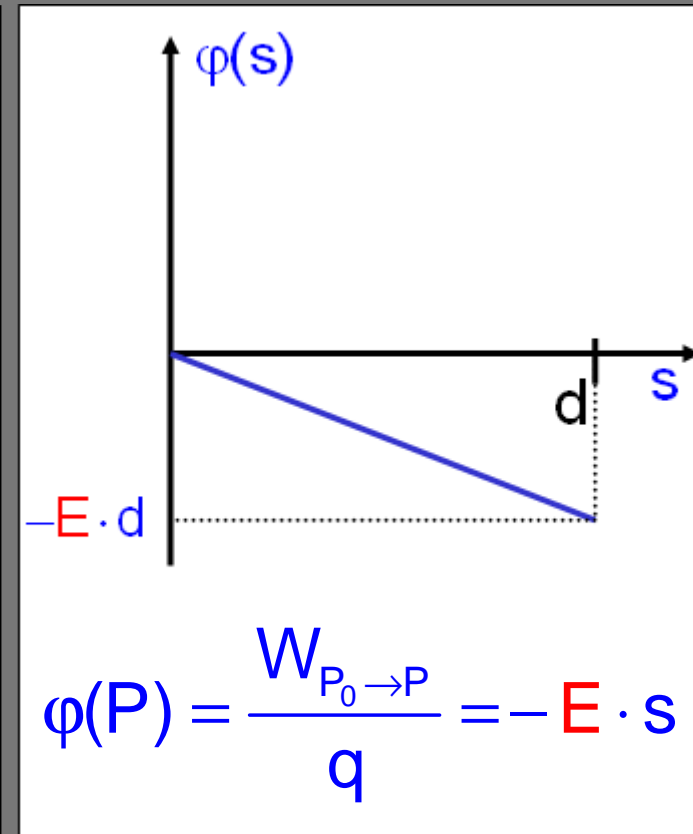
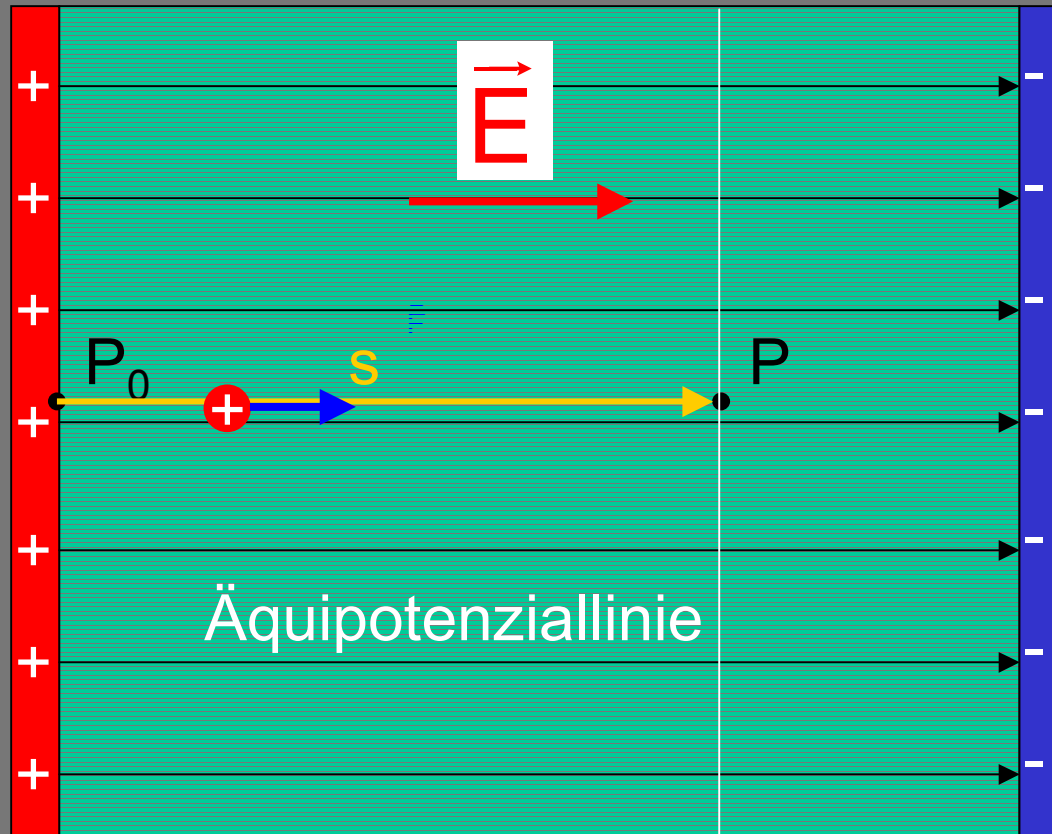
$$[\varphi] = 1 \frac{\text{Nm}}{\text{C}} = 1 \frac{\text{Nm}}{\text{As}} = 1 \text{ Volt}$$

$$\begin{aligned} W_{P_0 \rightarrow P} &= -\vec{F} \cdot \vec{s} = -F \cdot s \cdot \cos(\angle(\vec{F}; \vec{s})) \\ &= -F \cdot s = -q \cdot E \cdot s \end{aligned}$$

Jeder Punkt im el. Feld besitzt ein eindeutiges Potenzial

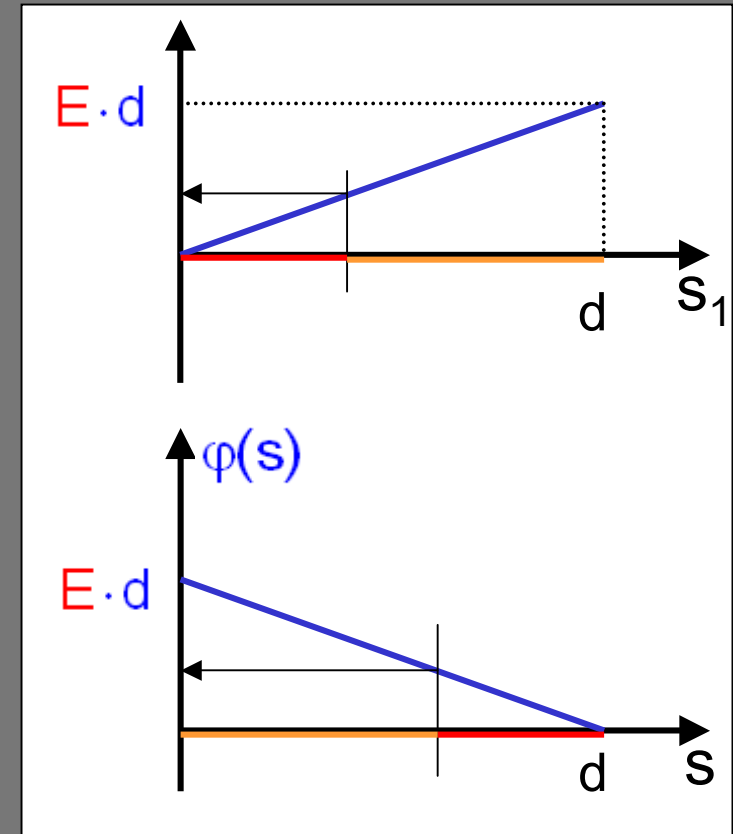
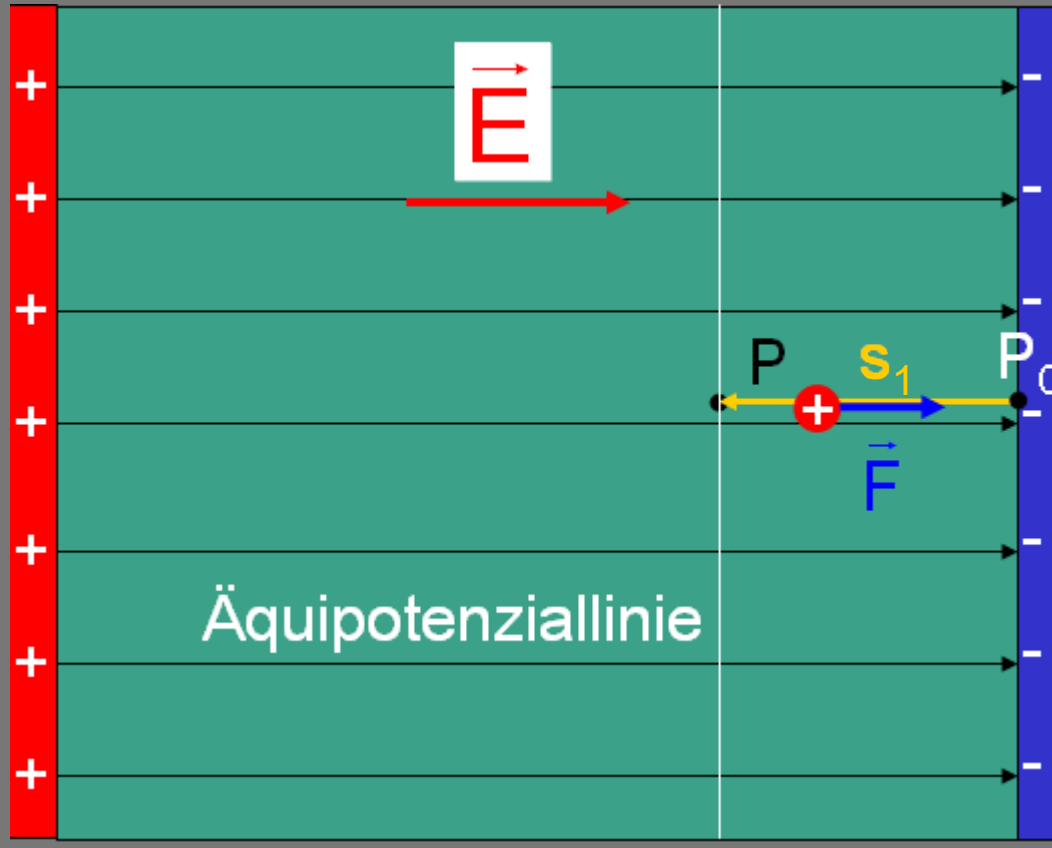


# Potenzial im homogenen Elektrischen Feld





# Potenzial im homogenen Elektrischen Feld



$$\varphi(P) = \frac{W_{P_0 \rightarrow P}}{q} = E \cdot s_1 = E \cdot (d - s) = -E \cdot s + E \cdot d$$



## Arbeit im radialen Elektrischen Feld

$$W_{P_1 \rightarrow P_2} = - \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}(r) d\vec{r} = - \int_{r_1}^{r_2} F(r) dr$$

$$= - \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{+q \cdot +Q}{r^2} dr$$

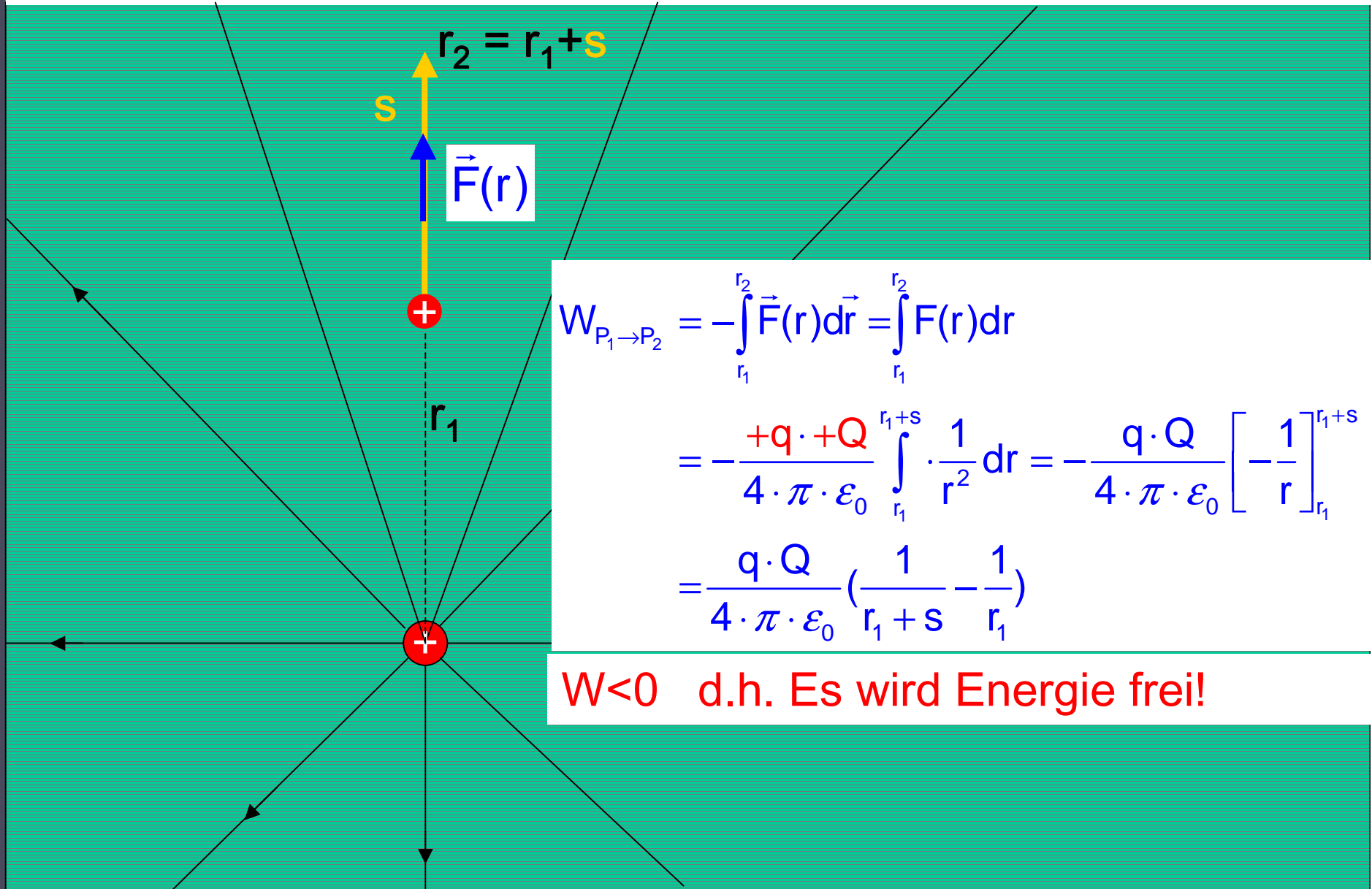
$$\vec{F}(r) d\vec{r} = F(r) \cdot dr \cdot \cos(\angle(\vec{F}; d\vec{r}))$$

$$= F(r) \cdot dr \cdot \cos(0^\circ) = F(r) \cdot dr$$





## Arbeit im radialen Elektrischen Feld

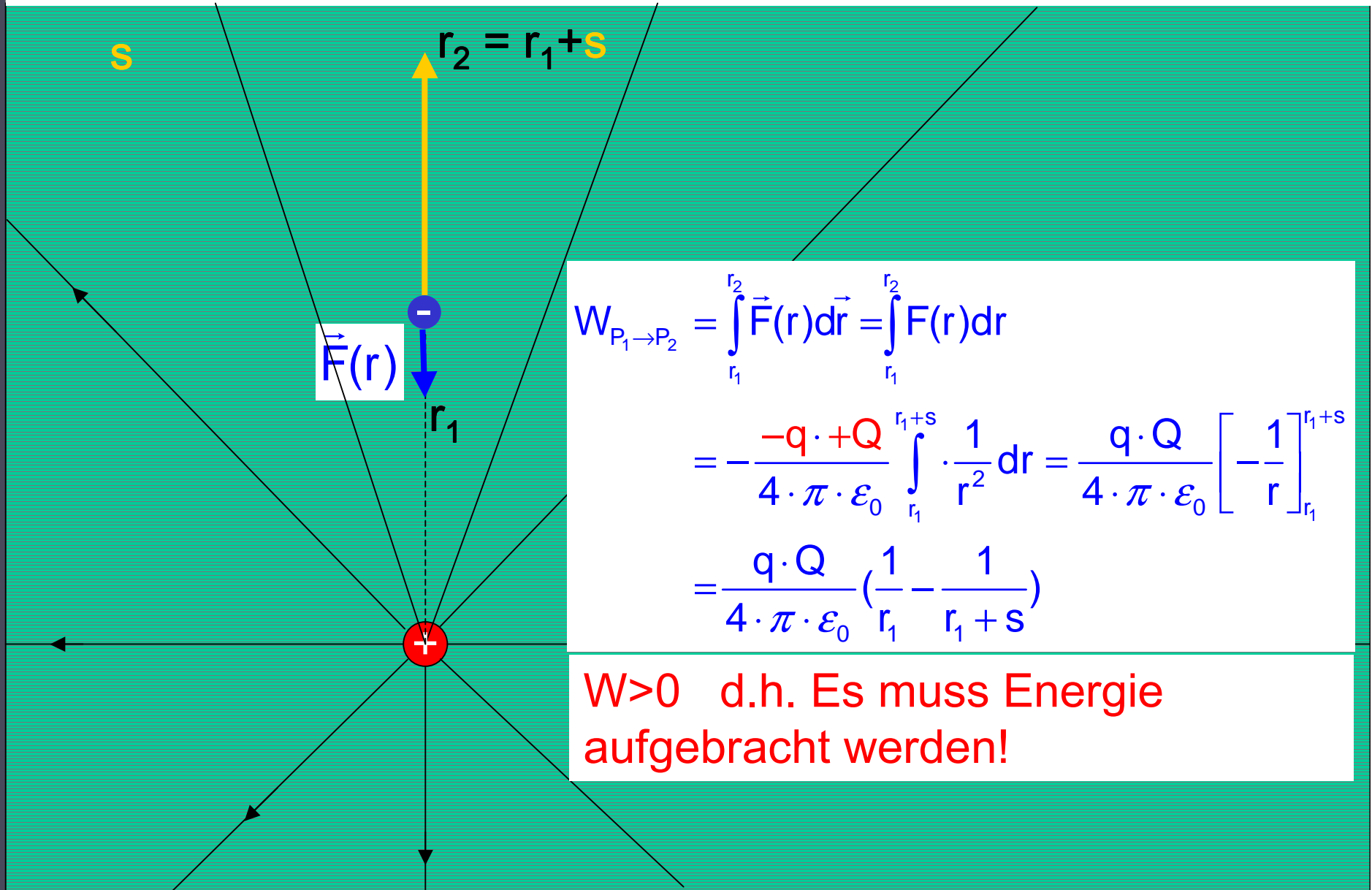


$$\begin{aligned} W_{P_1 \rightarrow P_2} &= -\int_{r_1}^{r_2} \vec{F}(r) d\vec{r} = \int_{r_1}^{r_2} F(r) dr \\ &= -\frac{+q \cdot +Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \int_{r_1}^{r_1+s} \frac{1}{r^2} dr = -\frac{q \cdot Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \left[ -\frac{1}{r} \right]_{r_1}^{r_1+s} \\ &= \frac{q \cdot Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1+s} - \frac{1}{r_1} \right) \end{aligned}$$

**$W < 0$  d.h. Es wird Energie frei!**



## Arbeit im radialen Elektrischen Feld



The diagram illustrates a radial electric field originating from a positive charge (+) at the center. A negative charge (-) is initially at a distance  $r_1$  from the center. A displacement vector  $s$  moves this negative charge to a new position at distance  $r_2 = r_1 + s$ . The electric field vector  $\vec{F}(r)$  is shown pointing radially inward towards the center.

$$W_{P_1 \rightarrow P_2} = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}(r) d\vec{r} = \int_{r_1}^{r_2} F(r) dr$$

$$= -\frac{-q \cdot +Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \int_{r_1}^{r_1+s} \frac{1}{r^2} dr = \frac{q \cdot Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \left[ -\frac{1}{r} \right]_{r_1}^{r_1+s}$$

$$= \frac{q \cdot Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_1+s} \right)$$

**$W > 0$  d.h. Es muss Energie aufgebracht werden!**



## Arbeit im radialen Elektrischen Feld

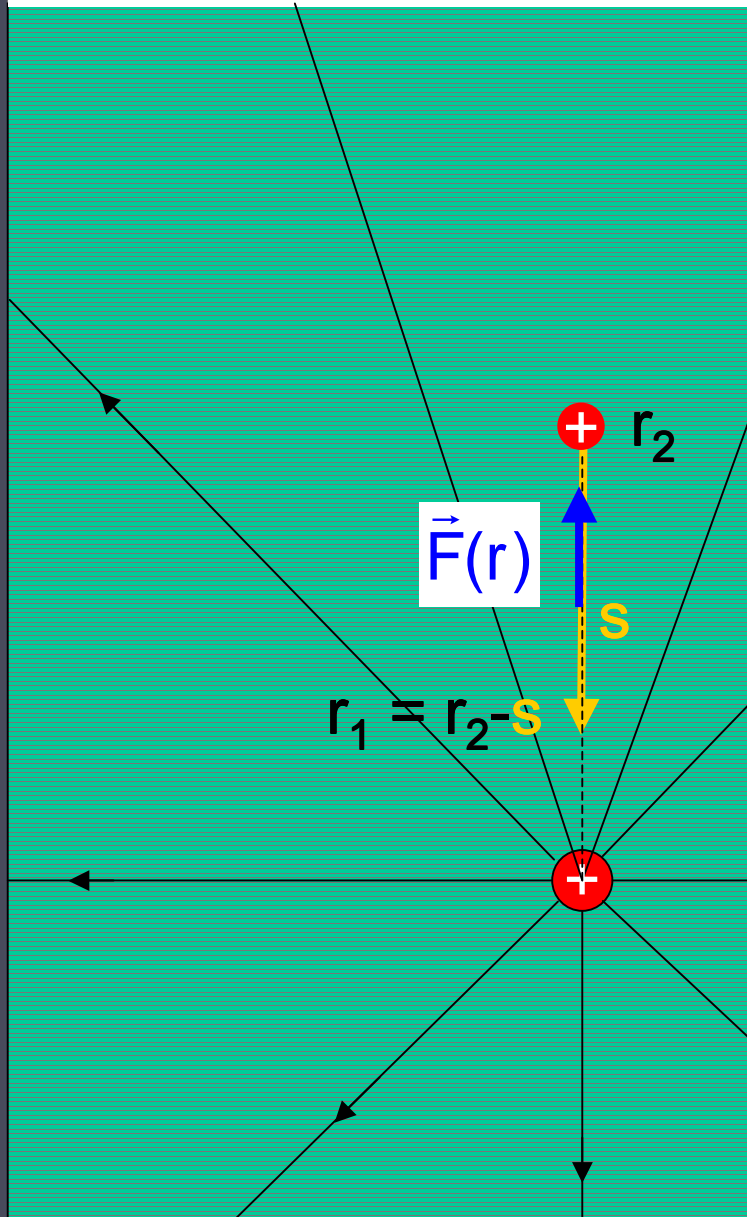


Diagram illustrating the work done in a radial electric field. A positive charge  $+Q$  is at the center. A test charge  $+q$  is moved from a distance  $r_1 = r_2 - s$  to a distance  $r_2$  from the source charge. The force vector  $\vec{F}(r)$  is shown pointing away from the source charge. The displacement vector  $s$  is shown pointing towards the source charge, indicating work done against the field.

$$W_{P_1 \rightarrow P_2} = \int_{r_2}^{r_2-s} \vec{F}(r) d\vec{r} = \int_{r_2}^{r_2-s} -F(r) dr$$

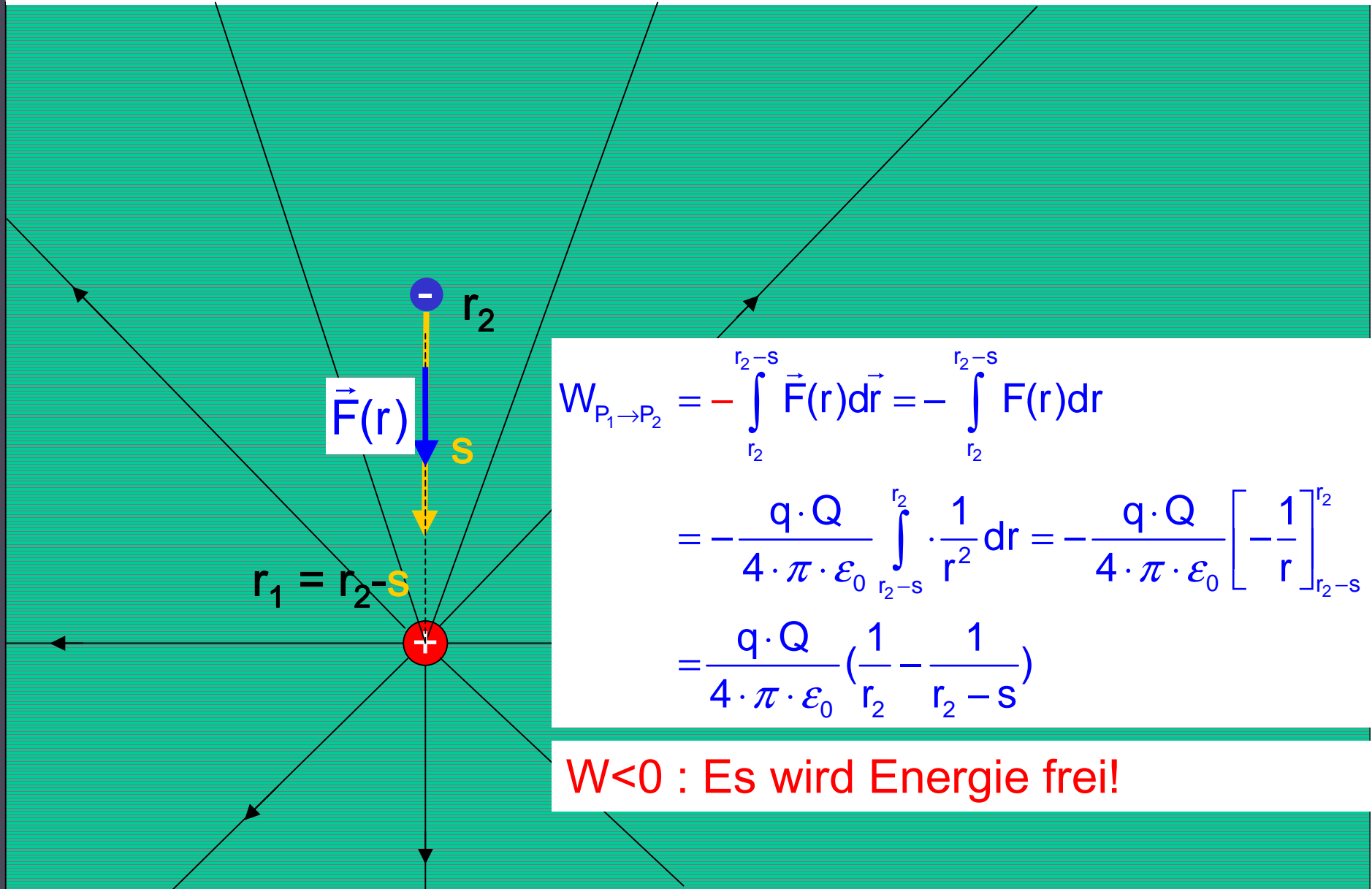
$$= -\frac{q \cdot Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \int_{r_2-s}^{r_2} \cdot \frac{1}{r^2} dr = -\frac{q \cdot Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \left[ -\frac{1}{r} \right]_{r_2-s}^{r_2}$$

$$= \frac{q \cdot Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \left( \frac{1}{r_2-s} - \frac{1}{r_2} \right)$$

**$W > 0$  : Es muss Arbeit aufgebracht werden!**



## Arbeit im radialen Elektrischen Feld

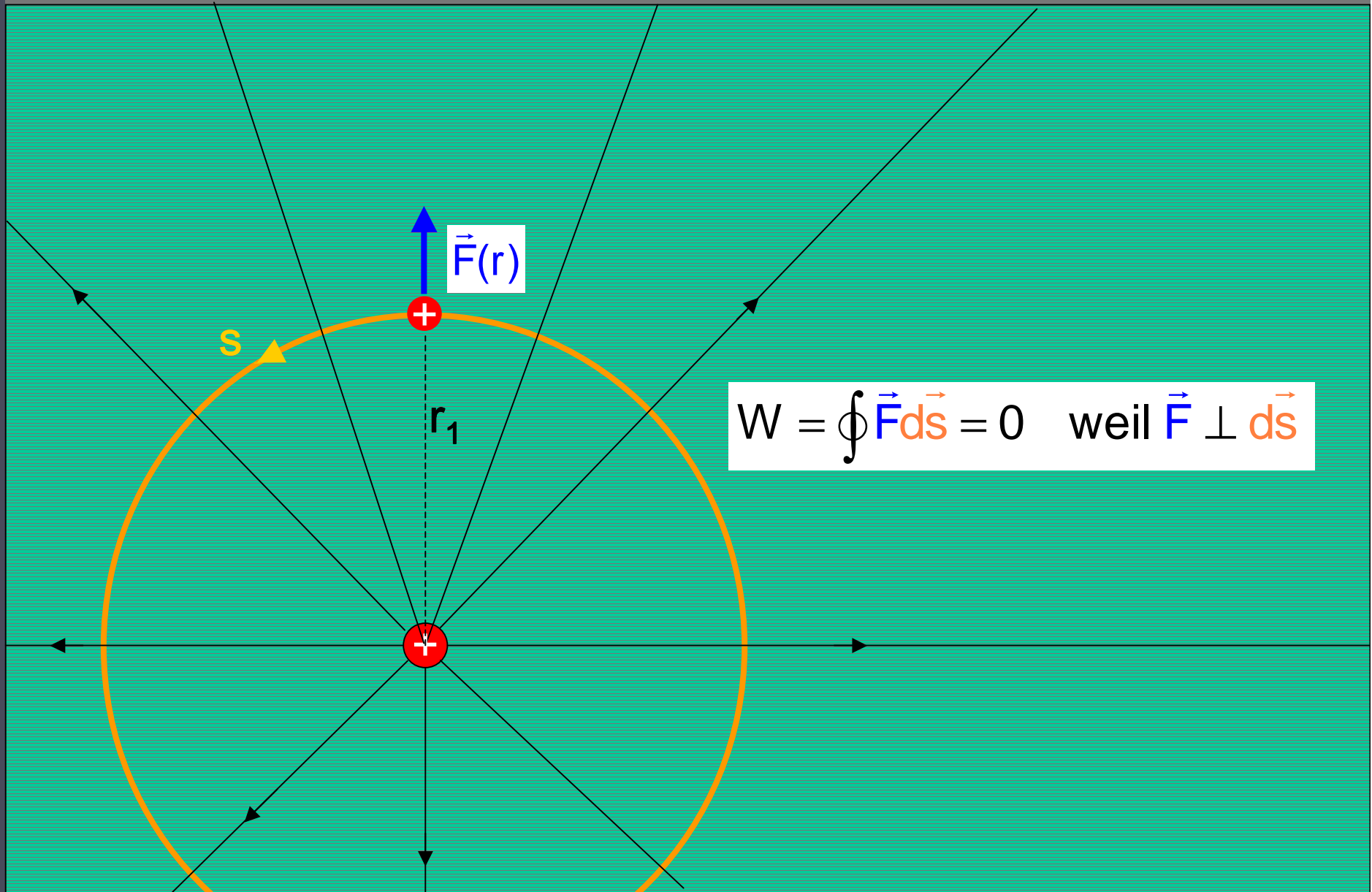


$$\begin{aligned}
 W_{P_1 \rightarrow P_2} &= - \int_{r_2}^{r_2-s} \vec{F}(r) d\vec{r} = - \int_{r_2}^{r_2-s} F(r) dr \\
 &= - \frac{q \cdot Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \int_{r_2-s}^{r_2} \cdot \frac{1}{r^2} dr = - \frac{q \cdot Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \left[ -\frac{1}{r} \right]_{r_2-s}^{r_2} \\
 &= \frac{q \cdot Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_2-s} \right)
 \end{aligned}$$

**$W < 0$  : Es wird Energie frei!**



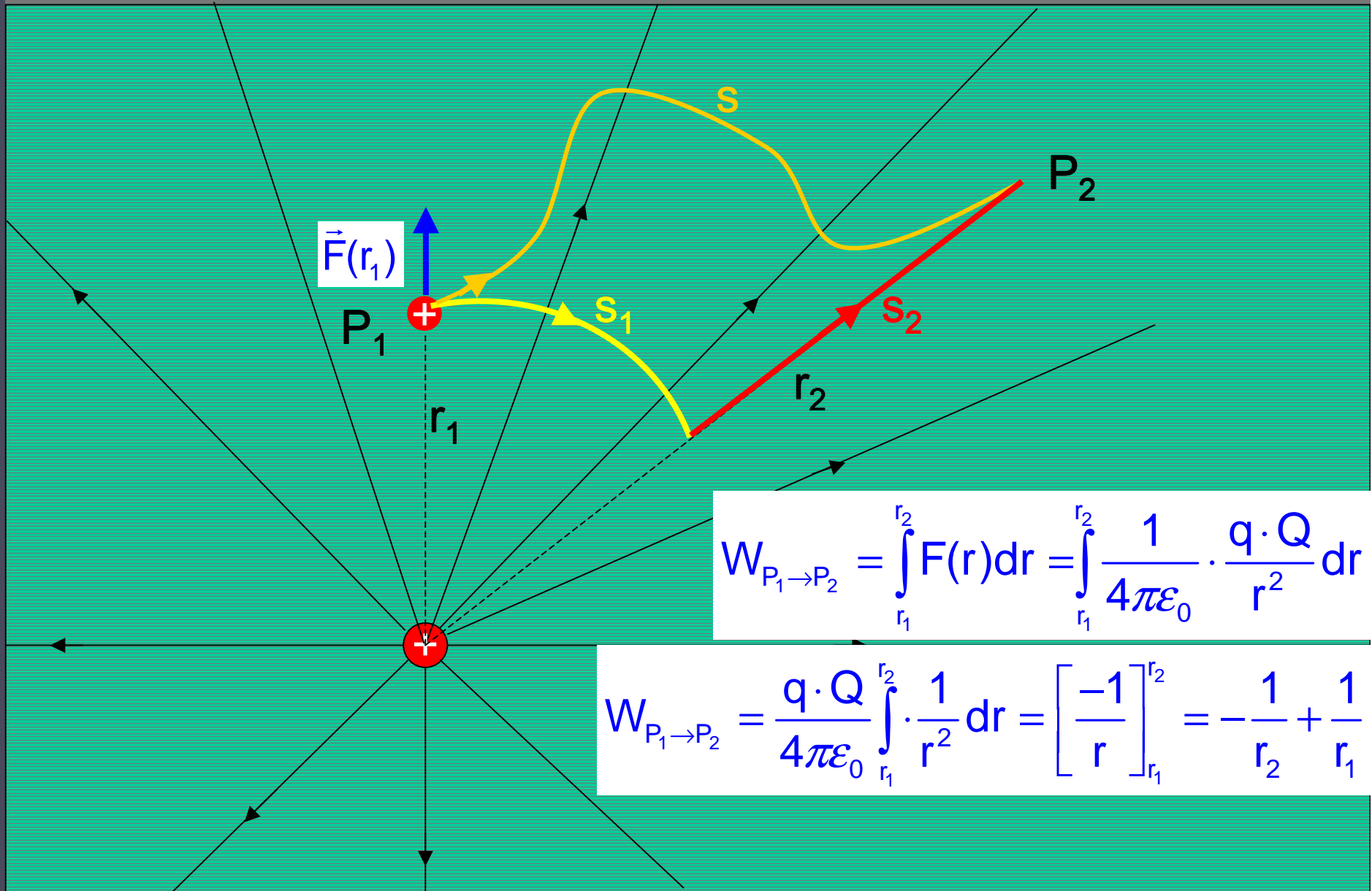
## Arbeit im radialen Elektrischen Feld



$$W = \oint \vec{F} d\vec{s} = 0 \quad \text{weil } \vec{F} \perp d\vec{s}$$

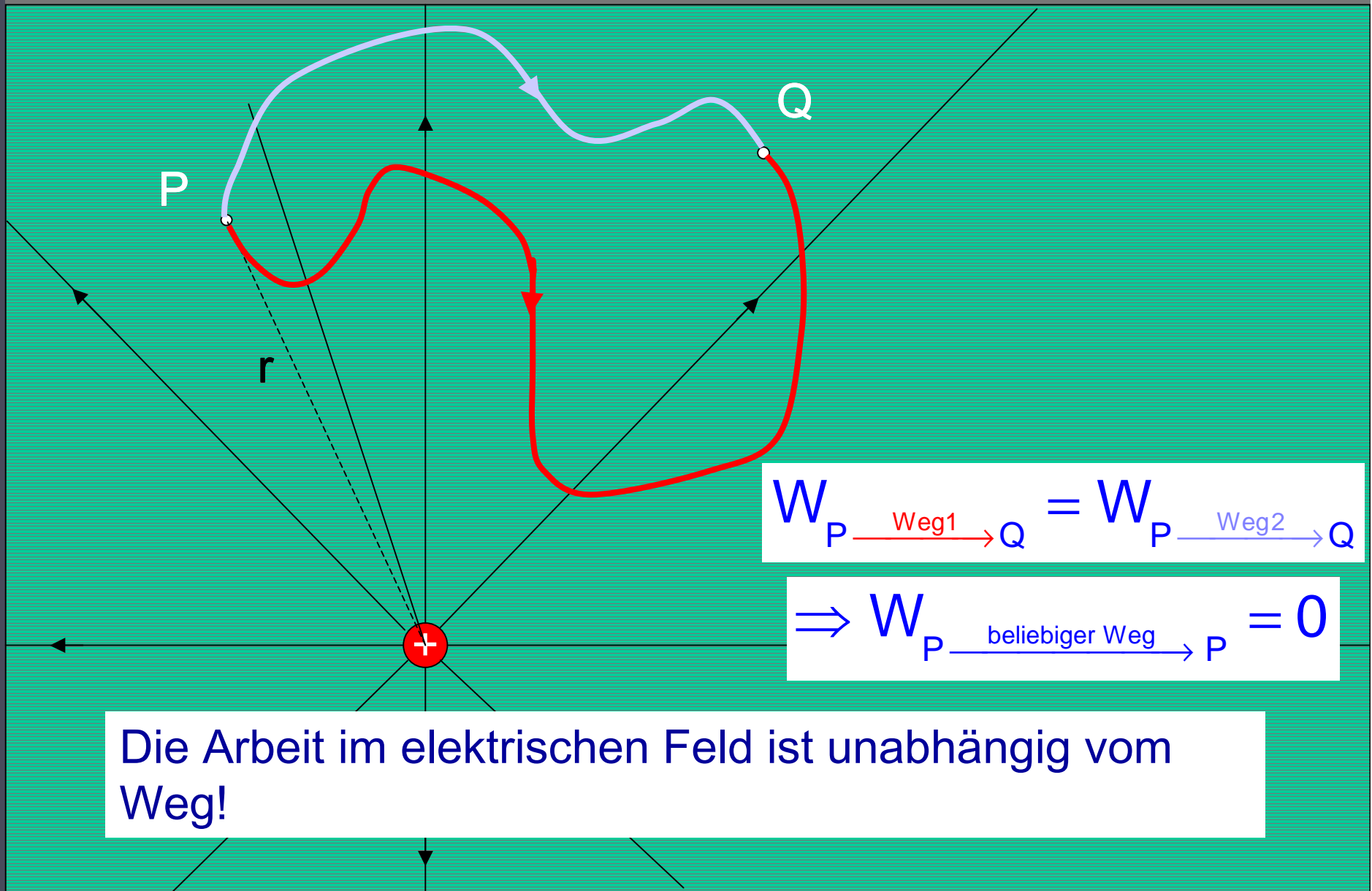


# Arbeit im radialen Elektrischen Feld





## Elektrische Felder sind konservativ



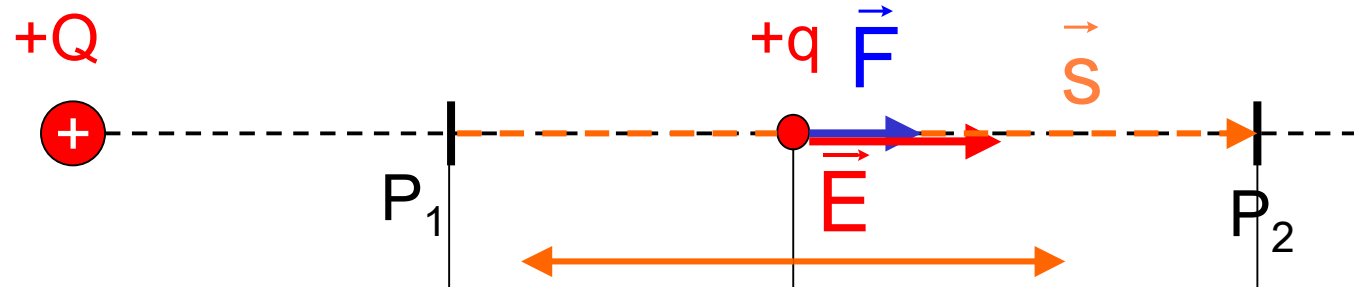
$$W_{P \xrightarrow{\text{Weg1}} Q} = W_{P \xrightarrow{\text{Weg2}} Q}$$

$$\Rightarrow W_{P \xrightarrow{\text{beliebiger Weg}} P} = 0$$

Die Arbeit im elektrischen Feld ist unabhängig vom Weg!



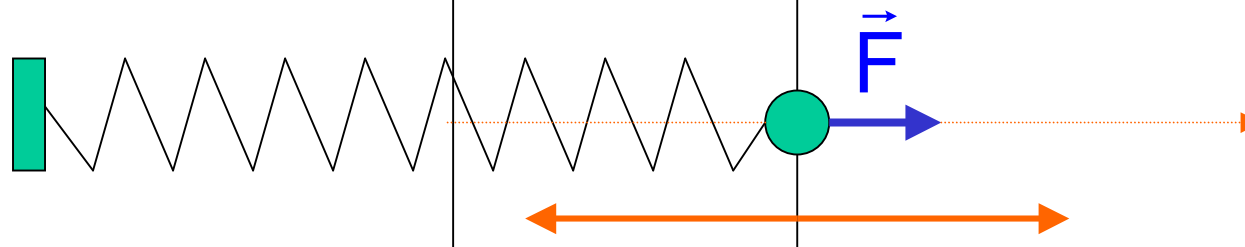
## Das Elektrische Potenzial



Arbeit gegen die Coulombkraft  
d.h. die potentielle Energie des  
Feldes wird erhöht!  $W > 0$

Das Feld leistet Arbeit, d.h. die  
potentielle Energie des Feldes  
nimmt ab  $W < 0$

### Analogie in der Mechanik (gedrückte Feder):



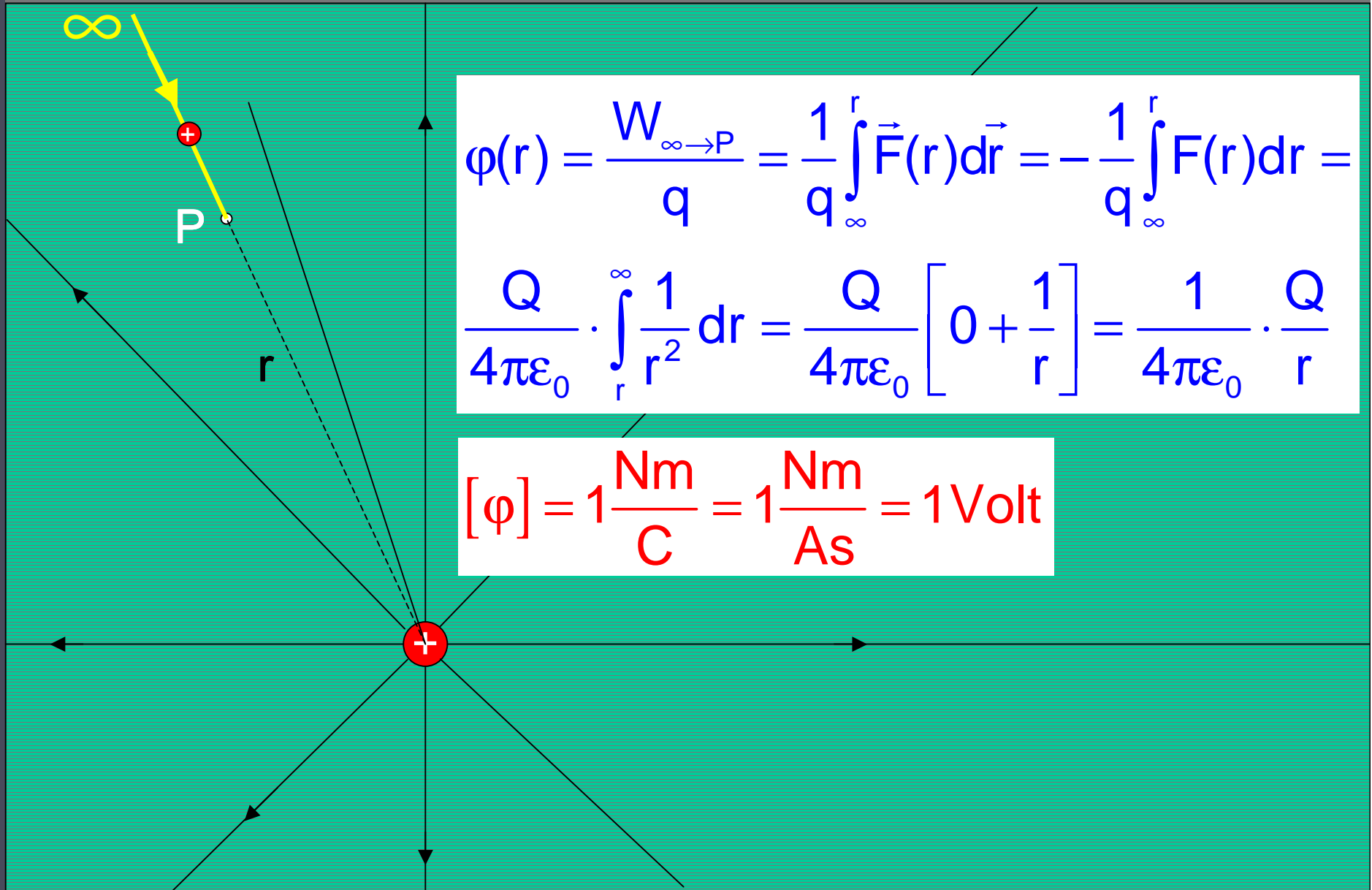
Arbeit gegen die Federkraft  
d.h. die potentielle Energie der  
Feder wird erhöht!  $W > 0$

Die Feder leistet Arbeit, d.h.  
die potentielle Energie der  
Felder nimmt ab  $W < 0$





## Elektrisches Potenzial im radialsymmetrischen Feld



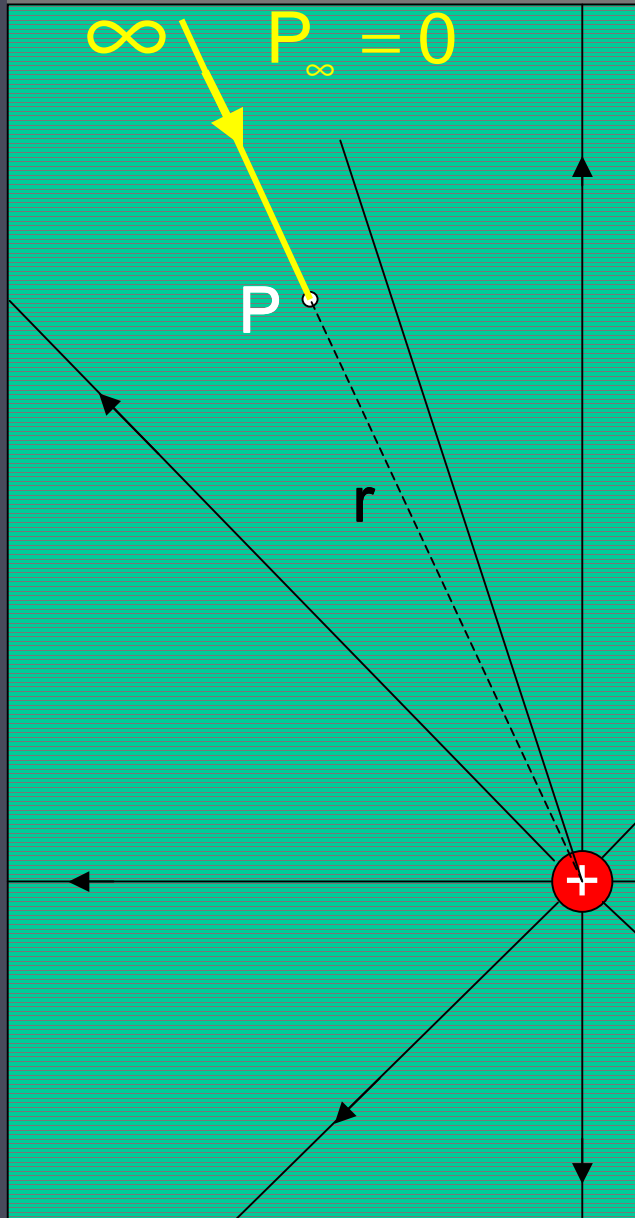
$$\varphi(r) = \frac{W_{\infty \rightarrow P}}{q} = \frac{1}{q} \int_{\infty}^r \vec{F}(r) d\vec{r} = -\frac{1}{q} \int_{\infty}^r F(r) dr =$$

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \int_r^{\infty} \frac{1}{r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[ 0 + \frac{1}{r} \right] = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$$

$$[\varphi] = 1 \frac{\text{Nm}}{\text{C}} = 1 \frac{\text{Nm}}{\text{As}} = 1 \text{ Volt}$$

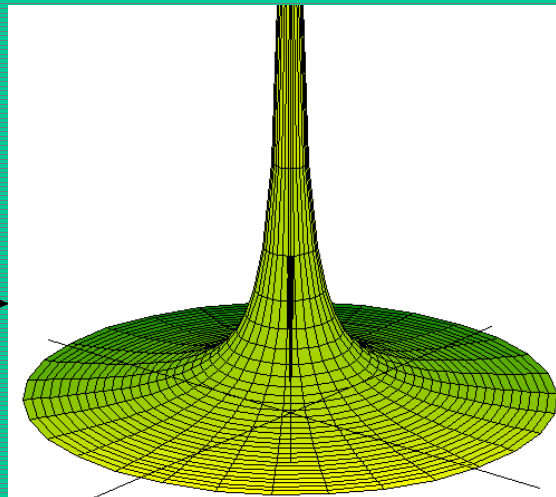
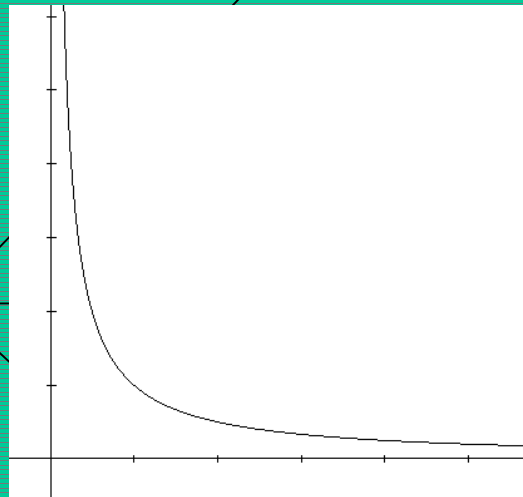


## Elektrisches Potenzial im radialsymmetrischen Feld



$$\varphi(r) = \frac{W_{\infty \rightarrow P}}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$$

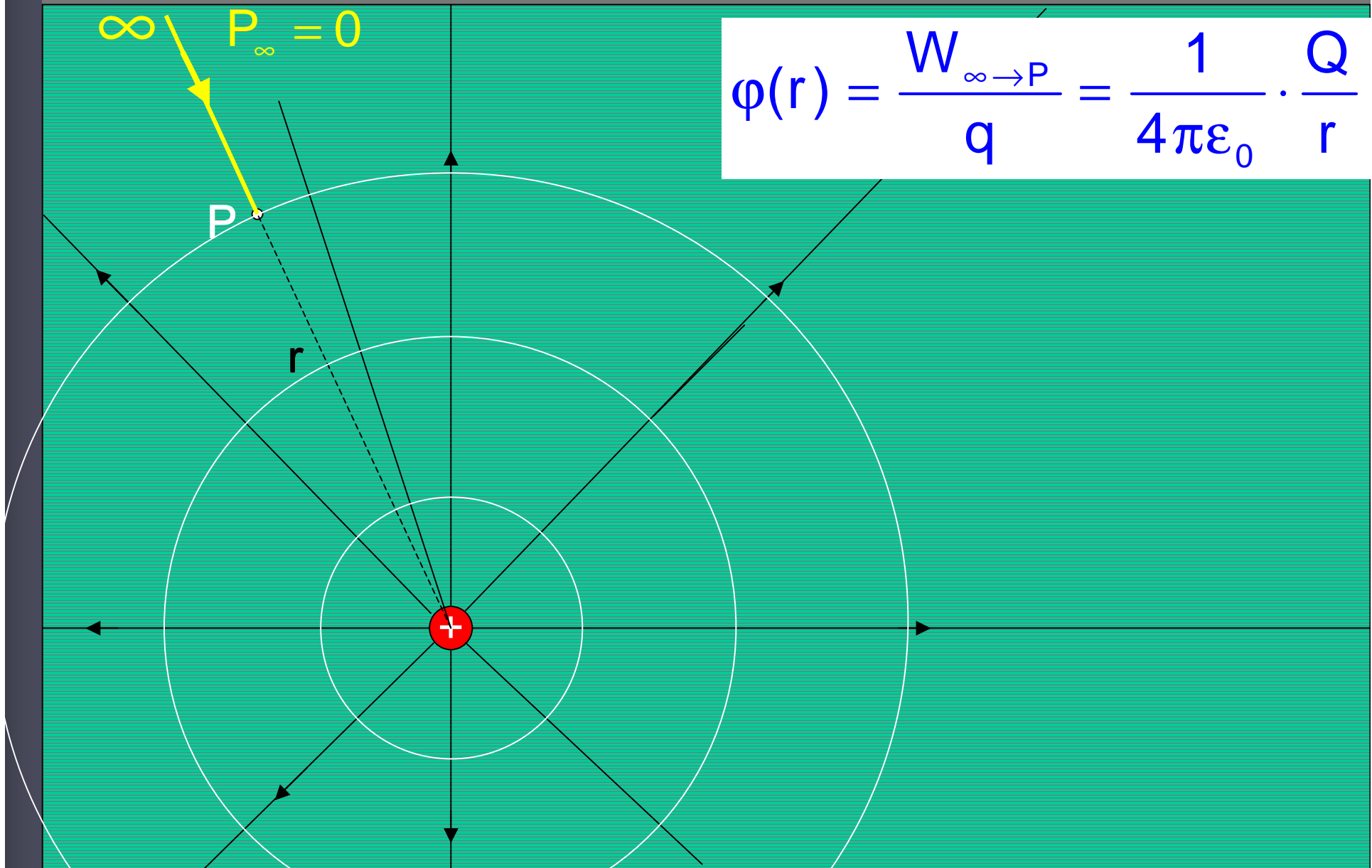
Jedem Punkt P des elektrischen Feldes einer Punktladung Q ist ein eindeutiges Potenzial zugeordnet.





## Elektrisches Potenzial im radialsymmetrischen Feld

$$\varphi(r) = \frac{W_{\infty \rightarrow P}}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$$





# Elektrisches Potenzial im radialsymmetrischen Feld

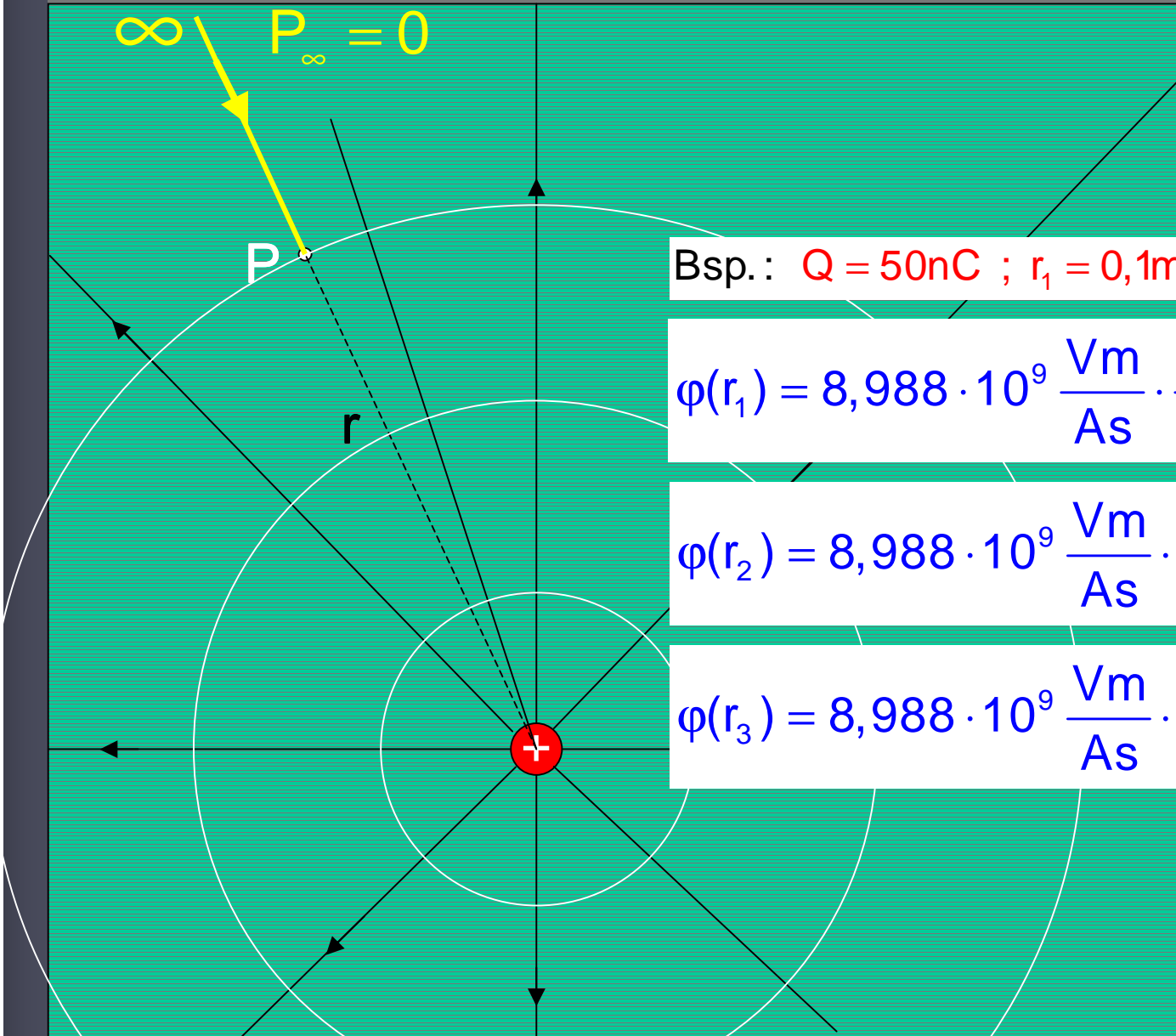
$$\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$$

Bsp.:  $Q = 50\text{nC}$  ;  $r_1 = 0,1\text{m}$  ;  $r_2 = 0,2\text{m}$  ;  $r_3 = 0,3\text{m}$

$$\varphi(r_1) = 8,988 \cdot 10^9 \frac{\text{Vm}}{\text{As}} \cdot \frac{5 \cdot 10^{-8} \text{As}}{0,1 \text{m}} \approx 4500\text{V}$$

$$\varphi(r_2) = 8,988 \cdot 10^9 \frac{\text{Vm}}{\text{As}} \cdot \frac{5 \cdot 10^{-9} \text{As}}{0,2\text{m}} \approx 2250\text{V}$$

$$\varphi(r_3) = 8,988 \cdot 10^9 \frac{\text{Vm}}{\text{As}} \cdot \frac{5 \cdot 10^{-8} \text{As}}{0,3\text{m}} \approx 1500\text{V}$$





# Elektrisches Potenzial im radialsymmetrischen Feld

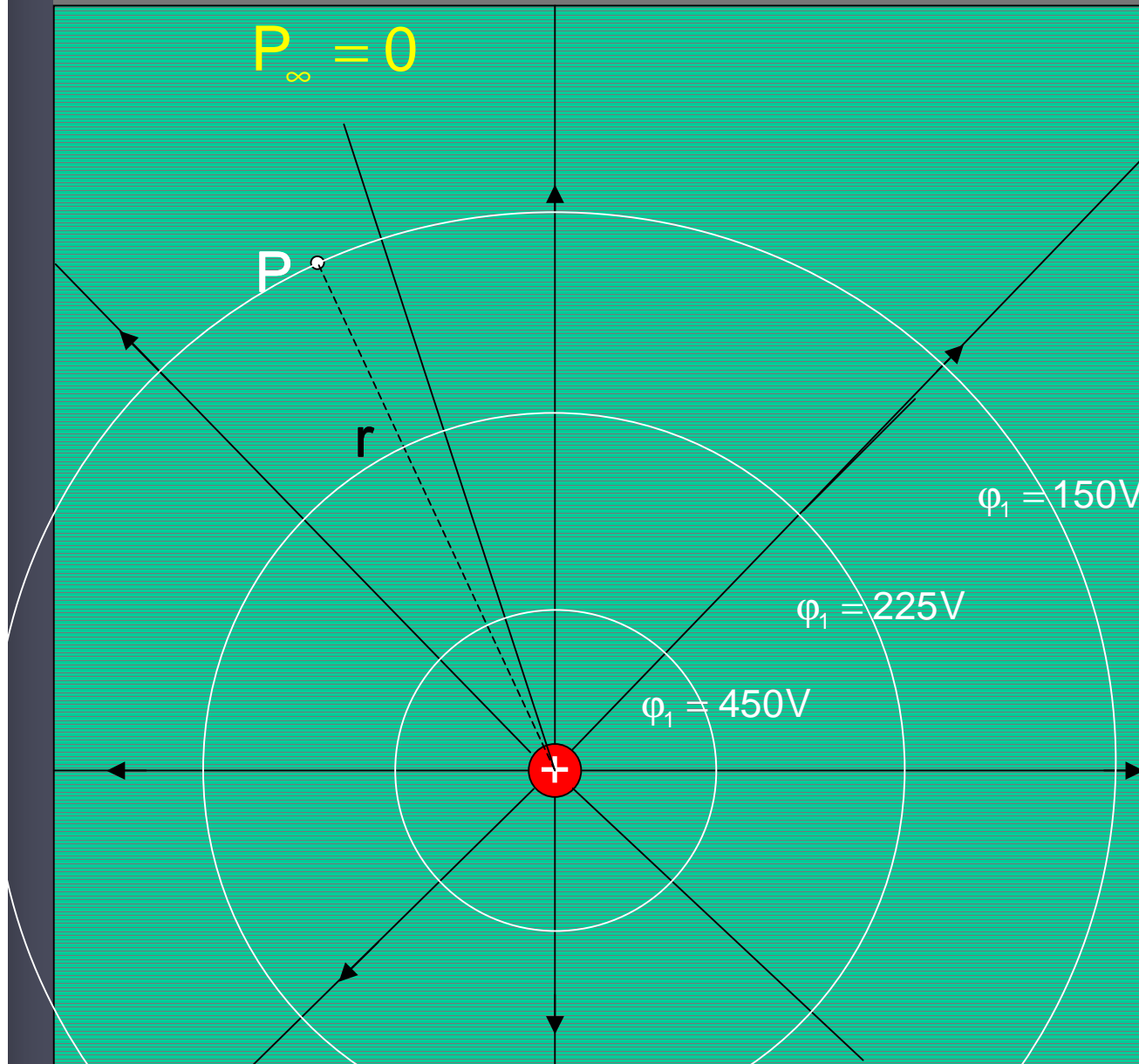
$$\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$$

Bsp.:  $Q = 50\text{nC}$

$r_1 = 0,1\text{m}$

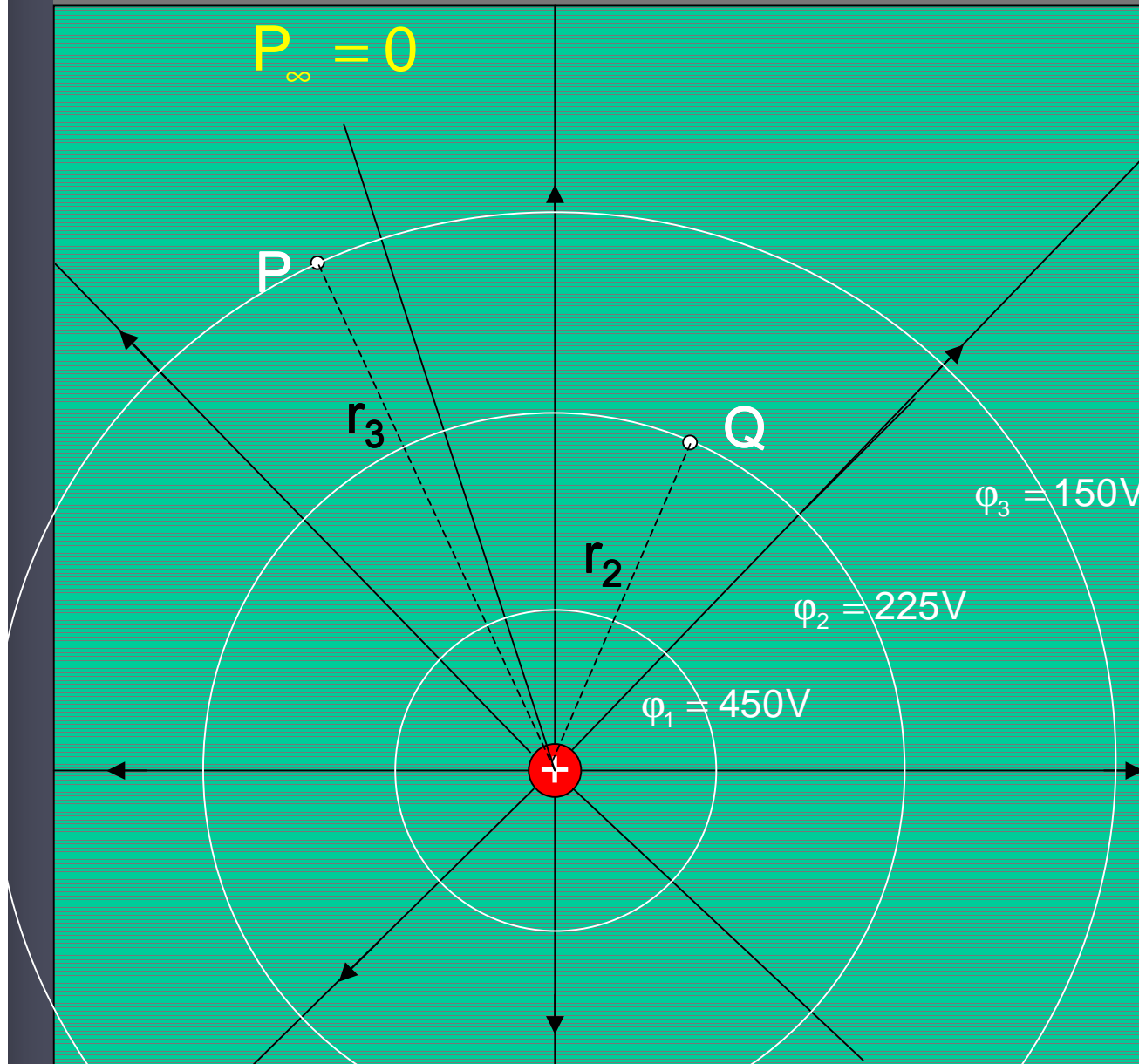
$r_2 = 0,2\text{m}$

$r_3 = 0,3\text{m}$





## Die Elektrische Spannung

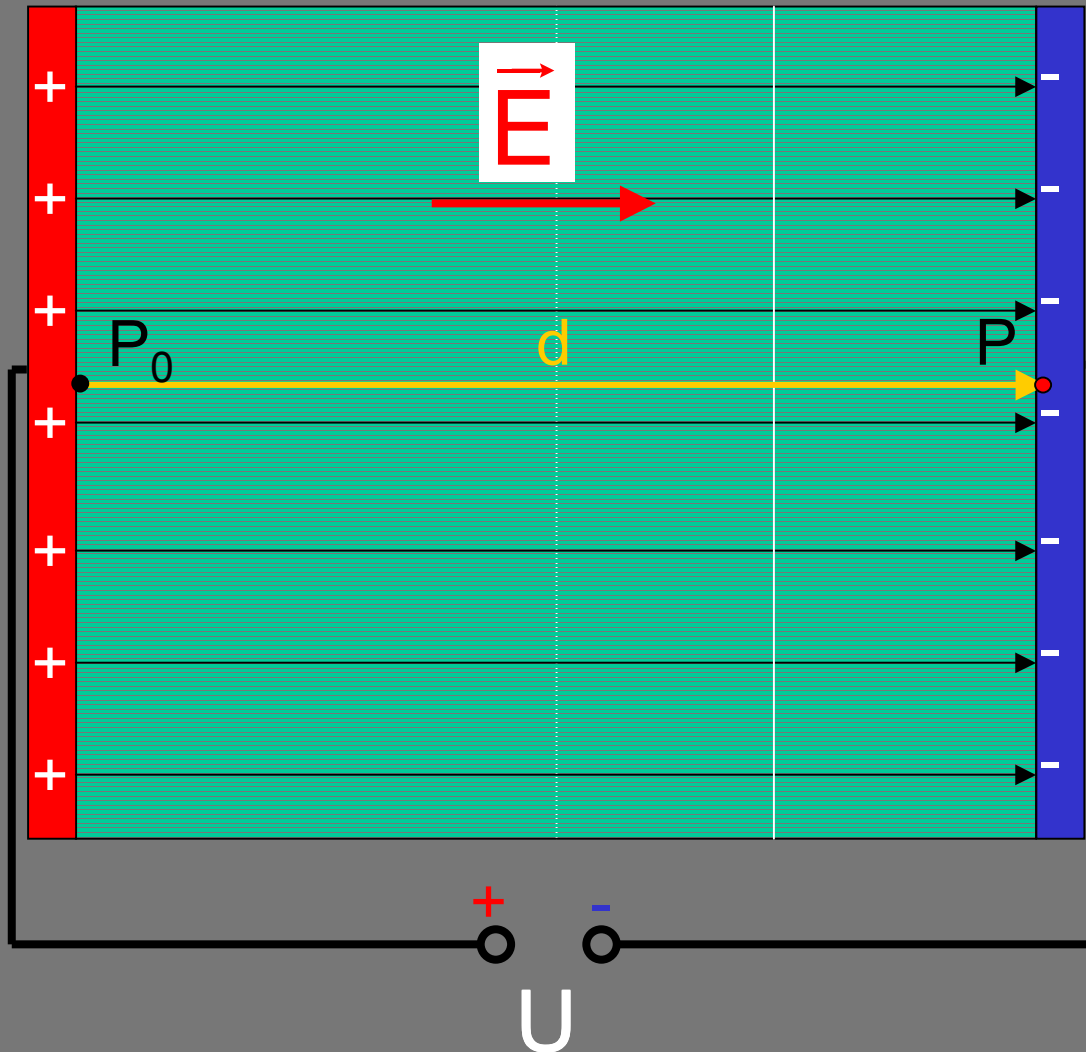


$$\begin{aligned} U_{PQ} &= \varphi_P - \varphi_Q \\ &= \varphi(r_3) - \varphi(r_2) \\ &= 150\text{V} - 225\text{V} \\ &= -75\text{V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{QP} &= \varphi_Q - \varphi_P \\ &= \varphi(r_2) - \varphi(r_3) \\ &= 225\text{V} - 150\text{V} \\ &= 75\text{V} \end{aligned}$$



# Elektrisches Feld eines Plattenkondensators



$$\begin{aligned}U_{PP_0} &= \varphi(P) - \varphi(P_0) \\ &= E \cdot d - 0 = E \cdot d \\ \Rightarrow E &= \frac{U}{d}\end{aligned}$$

D.h. Die Spannung zwischen den Kondensatorplatten ist gerade  $E \cdot d$



## Die Elektrische Spannung

1

2



$$U_{1,2} = +4,5V$$

D.h. das Potenzial des Pols 1 ist **+4,5V** bezüglich des Pols 2

→ Pluspol

$$U_{2,1} = -4,5V$$

D.h. das Potenzial des Pols 2 ist **-4,5V** bezüglich des Pols 1

→ Minuspol



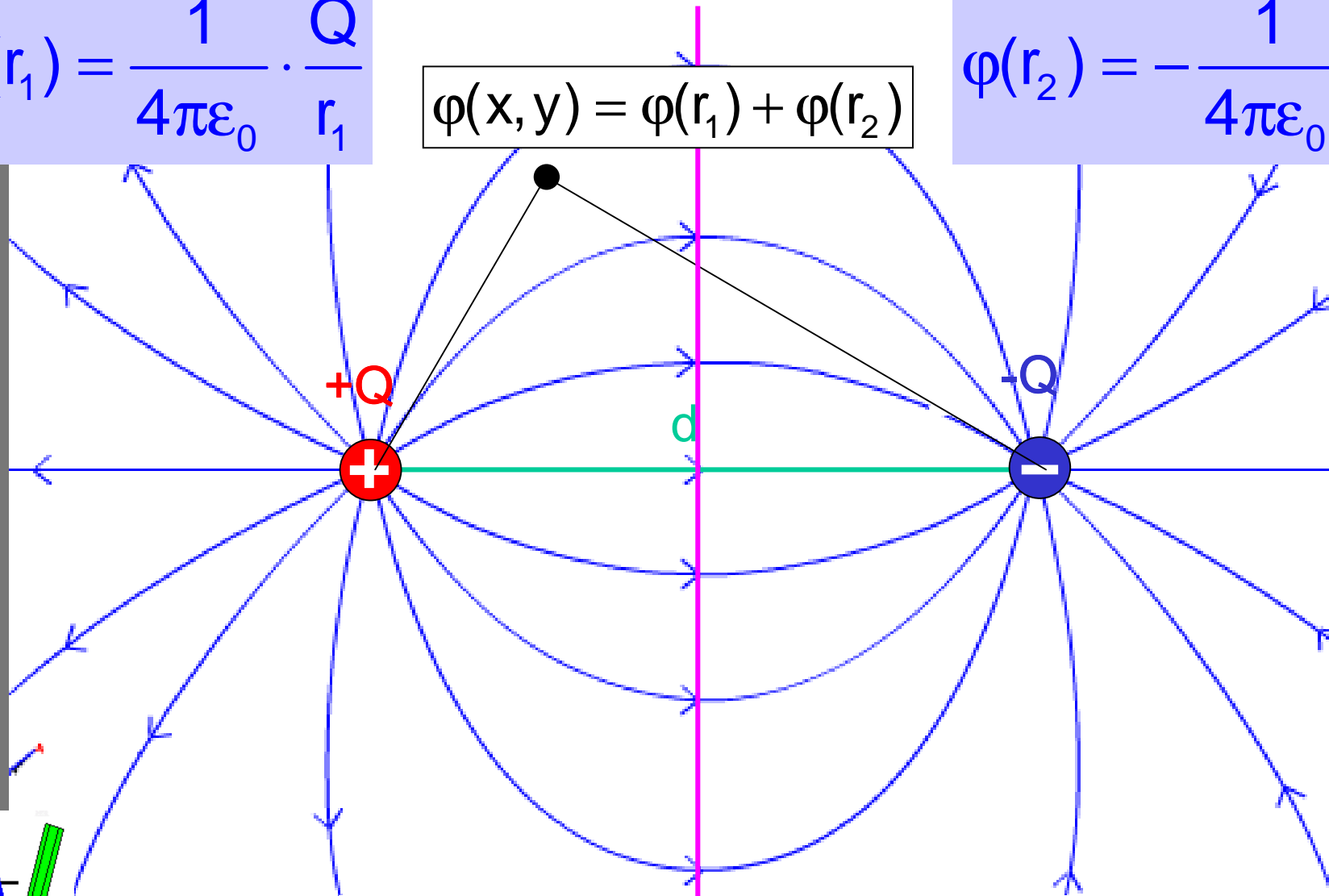


# Elektrisches Potential

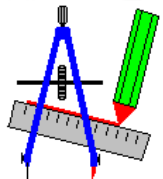
$$\varphi(r_1) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r_1}$$

$$\varphi(x, y) = \varphi(r_1) + \varphi(r_2)$$

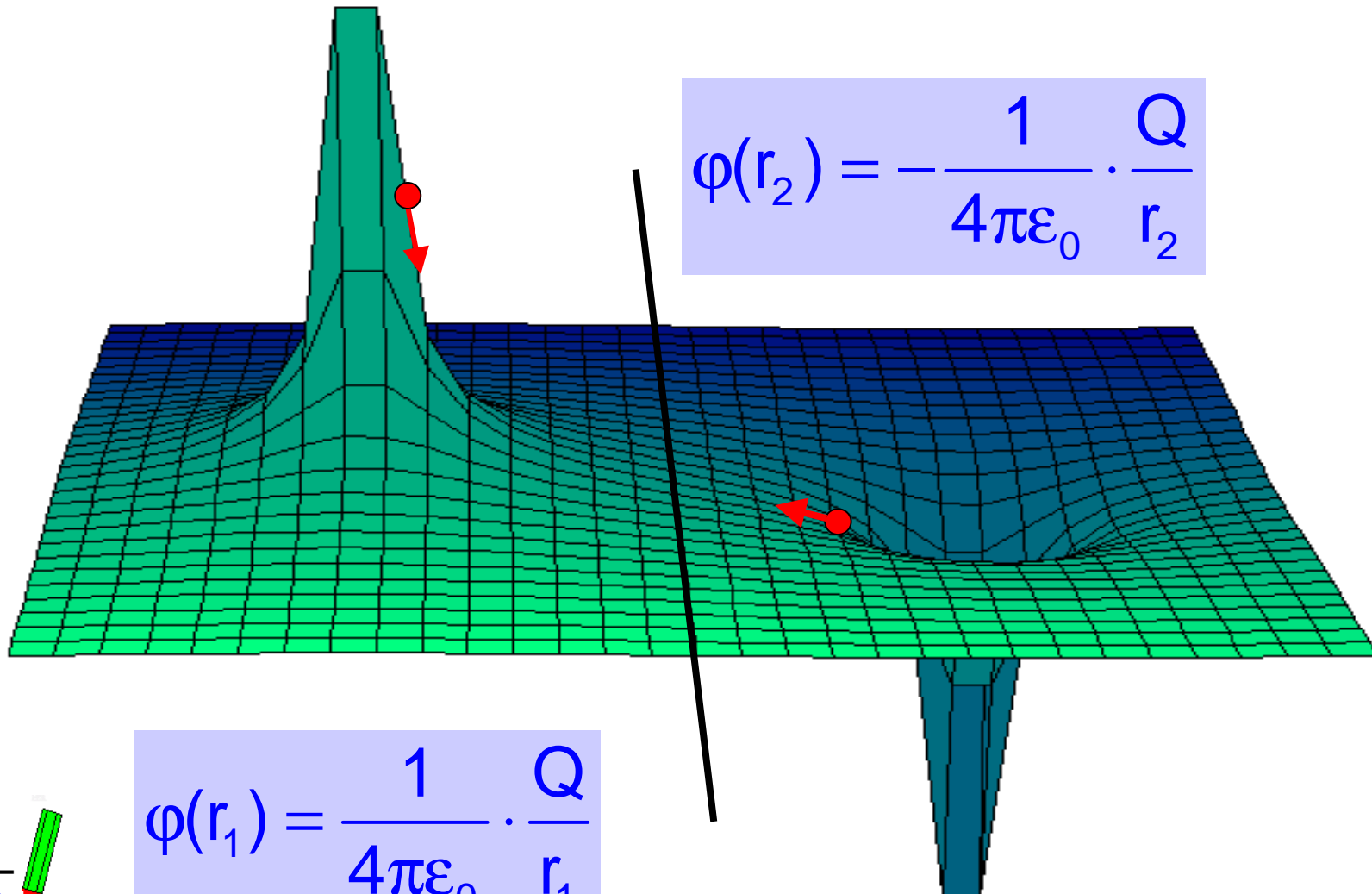
$$\varphi(r_2) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r_2}$$



Bsp.:  $|Q| = 50\text{nC}$   $d = 10\text{cm}$



# Elektrisches Potential



$$\varphi(r_2) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r_2}$$

$$\varphi(r_1) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r_1}$$

