

Trainingsaufgabe Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik 01

Ein elektronischer Würfel zeigt auf Tastendruck zufällig eine der Ziffern 1,2,3,4 an. X sei die Zufallsvariable „**Augenzahl beim einmaligen Würfeln**“ mit diesem Würfel. Die zugehörige Wahrscheinlichkeitsverteilung ist durch

k	1	2	3	4
$P(X=k)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$

gegeben.

- 1.1 Der Würfel wird viermal hintereinander betätigt. Aus den erhaltenen Ziffern bildet man unter Berücksichtigung der Reihenfolge eine vierstellige Zahl.
 - 1.1.1 Wie viele verschiedene Zahlen können dabei auftreten ?
 - 1.1.2 Wie viele Zahlen mit mindestens drei gleichen Ziffern sind möglich ?
 - 1.1.3 Mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt eine Zahl mit vier verschiedenen Ziffern auf ?
- 1.2 **Es wird nun so lange gewürfelt, bis eine drei erscheint höchstens jedoch 5 mal. Die Zufallsvariable Y ist hier „die Anzahl der benötigten Würfe bis eine 3 erscheint oder 5 Würfe getätigt wurden.“.**
 - 1.2.1 Stellen Sie die Ergebnisse dieses Zufallsexperiments mit allen Wahrscheinlichkeiten an einem Baumdiagramm dar.
 - 1.2.2 Wie lautet die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Y ?
 - 1.2.3 Mit welcher Wahrscheinlichkeit benötigt man höchstens drei Würfe ?
 - 1.2.4 Wie groß ist der Erwartungswert $E(Y)$?
- 1.3 **Ein Spiel besteht im einmaligen Würfeln mit dem o.g. Würfel. Der Einsatz beträgt 5 € pro Spiel. Der Gewinn beträgt dabei jeweils das doppelte der gewürfelten Augenzahl in €**
 - 1.3.1 Berechne den Erwartungswert $E(X)$ der gewürfelten Augenzahl.
 - 1.3.2 Wie lautet die Verteilungsfunktion für den Reingewinn G ? (Reingewinn = Gewinn – Einsatz)
 - 1.3.3 Welcher Reingewinn ist pro Spiel zu erwarten ?
 - 1.3.4 Wie hoch müsste der Einsatz sein, damit das Spiel fair ist ?
 - 1.3.5 Wie oft müsste man mindestens spielen um mit mindestens 99%-iger Wahrscheinlichkeit mindestens einmal einen positiven Reingewinn zu erzielen?
- 1.4 **Der Würfel wird jetzt 100 mal betätigt.**
 - 1.4.1 Mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt dabei genau 33 mal die Ziffer 3 auf ?
 - 1.4.2 Mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt die Ziffer 3 mindestens 25 mal und höchstens 33 mal auf ?
- 1.5 **Jetzt will man überprüfen, ob für diesen Würfel die Hypothese $p = \frac{1}{3}$ für das Auftreten der Augenzahl 2 zutrifft. Dazu wird wieder 100 mal gewürfelt.**
 - 1.5.1 Wie lautet eine Entscheidungsregel mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5% ?
 - 1.5.2 Beurteilen Sie das Ergebnis : Es tritt 36 mal die Ziffer 2 auf.
 - 1.5.3 Wie wäre das Ergebnis „Die Ziffer 2 tritt 23 mal auf“ zu beurteilen ?