

Trainingsaufgabe Analysis 05

Gegeben ist die Funktionenschar $f_k(x) = (k^2x + k)e^{-kx}$ mit $k \in \mathbb{R}^+$ und $x \in \mathbb{R}$

- 5.1 Bestimme die Schnittpunkte des Graphen G_{f_k} mit den Koordinatenachsen und untersuche das Verhalten von f_k für $x \rightarrow \pm\infty$
- 5.2 Bestimme den Extrempunkt des Graphen G_{f_k} . Zur Kontrolle: $f'_k(x) = -k^3xe^{-kx}$
- 5.3 Zeige, dass f_k genau einen Wendepunkt W_k besitzt und bestimme die Gleichung der Wendetangente t_k . Leite eine Gleichung für den Funktionsgraphen her, auf dem alle Wendepunkte der Scharkurven liegen.
- 5.4 Bestimme die Funktionswerte $f_1(-1,5)$; $f_1(1,6)$ und $f_1(4)$. Zeichne unter Berücksichtigung aller bisherigen Ergebnisse den Graphen zu f_1 mitsamt der Wendetangente t_1 in ein Koordinatensystem im Bereich $x \in [-1,5;4]$. Längeneinheit auf den Achsen : 2cm
- 5.5 Durch $F_1(x) = (ax + b)e^{-x}$ ist eine Stammfunktion zu f_1 gegeben. Bestimme a und b
- 5.6 Der Graph G_{f_1} und die Koordinatenachsen begrenzen im ersten Quadranten ein Flächenstück, das bis ins Unendliche reicht. Zeige, dass dieses Flächenstück einen endlichen Flächeninhalt besitzt.
- 5.7 Begründe, dass die Einschränkung der Funktion f_1 auf $x \in \mathbb{R}^+$ eine Umkehrfunktion h besitzt. Die Funktionsgleichung zu h muss nicht hergeleitet werden!
 - a) Gib den Definitionsbereich und den Wertebereich von h an.
 - b) An welcher Stelle besitzt h eine Wendestelle?
 - c) Bestimme $h'\left(\frac{2}{e}\right)$