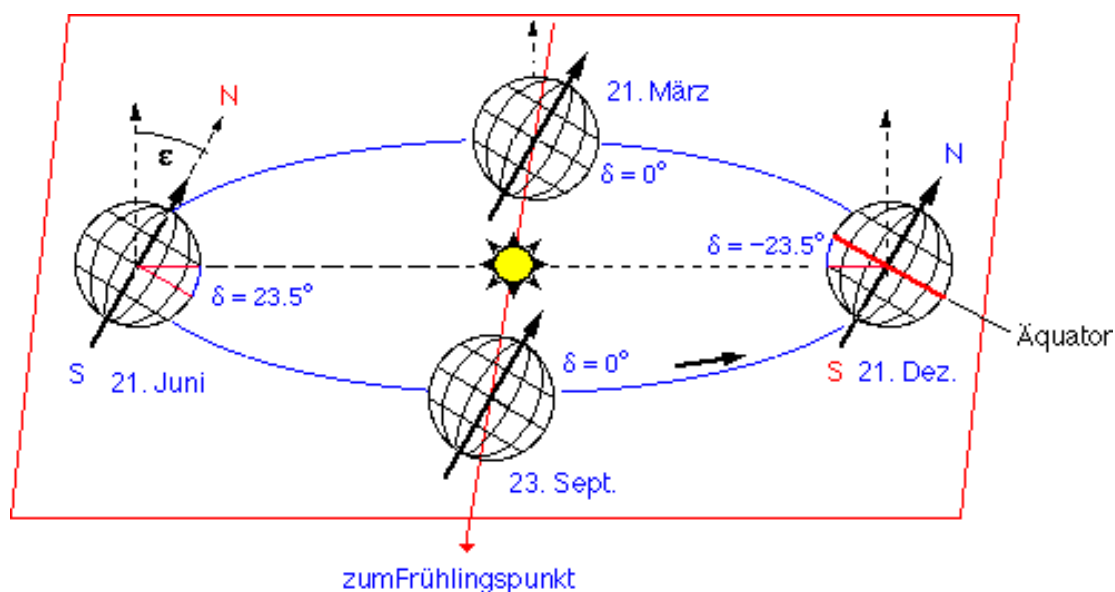


Wann ist eigentlich Ostern?

Festlegung des Osterdatums auf dem Konzil zu Nicäa 325 n. Chr. :
(stark vereinfacht und wenig präzise!)

Ostern fällt stets auf denjenigen Sonntag, der dem Tag des ersten Frühjahrsvollmonds folgt.



Genauere Festlegung des Osterdatums (nach Dionysius Exiguus 496 n. Chr.)

Ostern fällt stets auf denjenigen Sonntag, der dem Tag des ersten Frühjahrsvollmonds folgt.

Zusatz1: Der Frühlingsanfang ist immer am 21.3. um 0 Uhr

Zusatz2: Für die Vollmondzeitberechnung wird eine näherungsweise Berechnung verwendet, die u.a. eine ideale Kreisbahn des Mondes vorausgesetzt.

(wird weiter unten genauer erklärt!)

Der astronomisch exakte Zeitpunkt des Frühlingsanfangs schwankt zwischen dem **19.3.** 9.00 Uhr MEZ und dem **21.3.** 21. Uhr MEZ, wobei der 19.3. selten vorkommt.

Die Berücksichtigung der nicht ganz kreisförmigen Mondbahn liefert Differenzen von bis zu +/- 0,7 Tagen gegenüber einer kreisförmigen Bahn.

Aufgaben :

Überlege dir Argumente, die zeigen, dass diese vereinfachte Osterdefinition unbedingt präzisiert werden muss.

- Gilt diese Definition auch so für die Südhalbkugel ?
- Gilt das Datum des astronomischen Frühjahrsvollmonds ?
Lässt sich dieser hinreichend exakt bestimmen, etwa in der Nähe von Mitternacht ?

Begründe, dass der 22. März der früheste mögliche Ostertermin ist.

Frühlingsanfang: 21.3.

- Wenn dieser 21.3. ein Samstag ist und gleichzeitig Vollmond ist, dann ist am 22.3. Ostersonntag.

Das war zuletzt 1818 der Fall und wird erst wieder im Jahr 2285 wieder so sein.

Begründe, dass der 25. April der späteste mögliche Ostertermin ist.

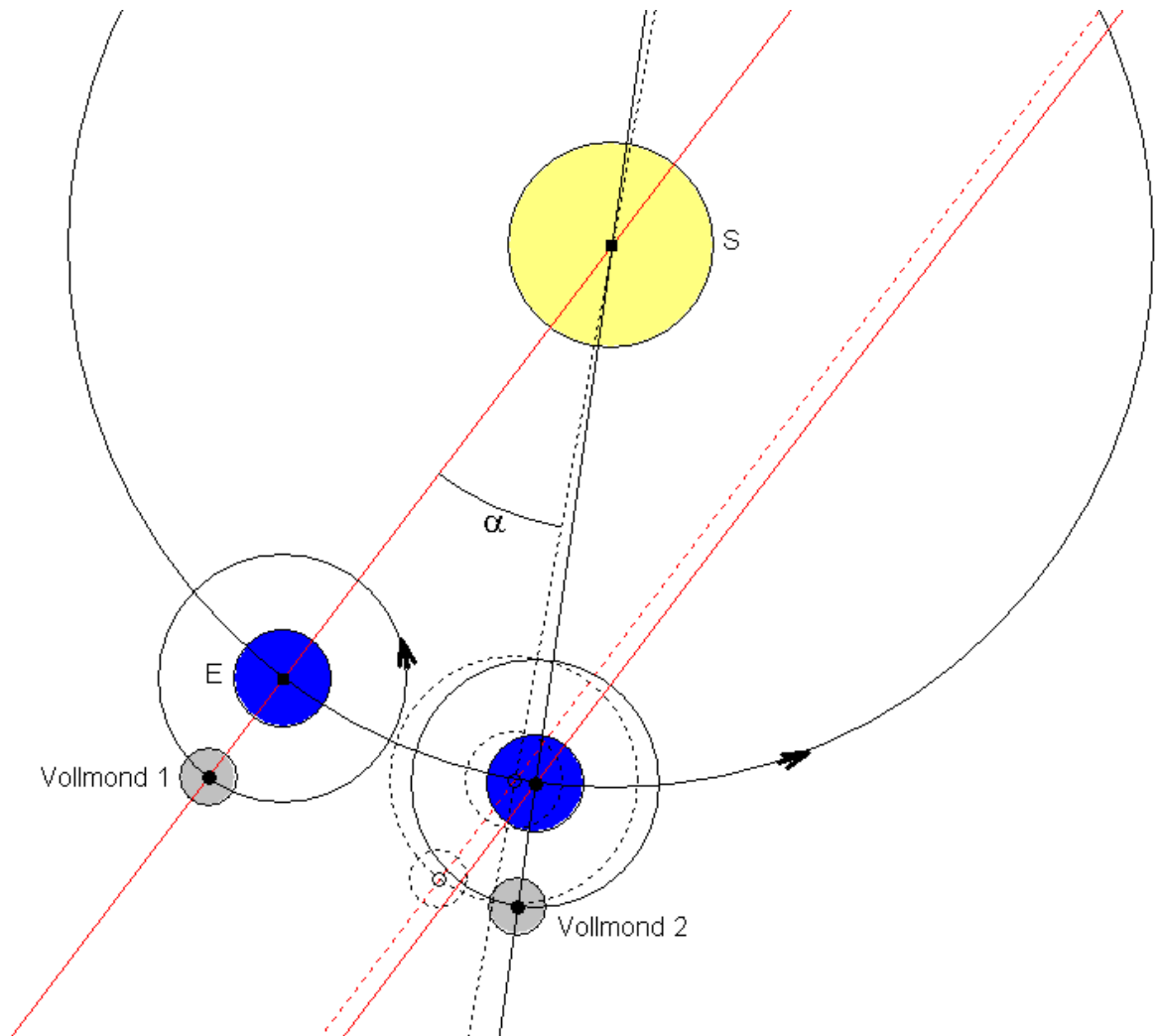
Hinweis : Die Umlaufdauer des Mondes um die Erde beträgt ca. 27,32 Tage, die Dauer zwischen zwei Vollmonden beträgt dagegen 29d 12h44min 3s also etwas mehr als 29,5d
(Zusatzfrage: Warum ist das so?)

Wenn am 20.3. in der 2. Tageshälfte Vollmond ist, dann ist das noch kein Frühjahrsvollmond.

Dann ist der nächste Vollmond am 19.4. (also 29,5.. Tage später).

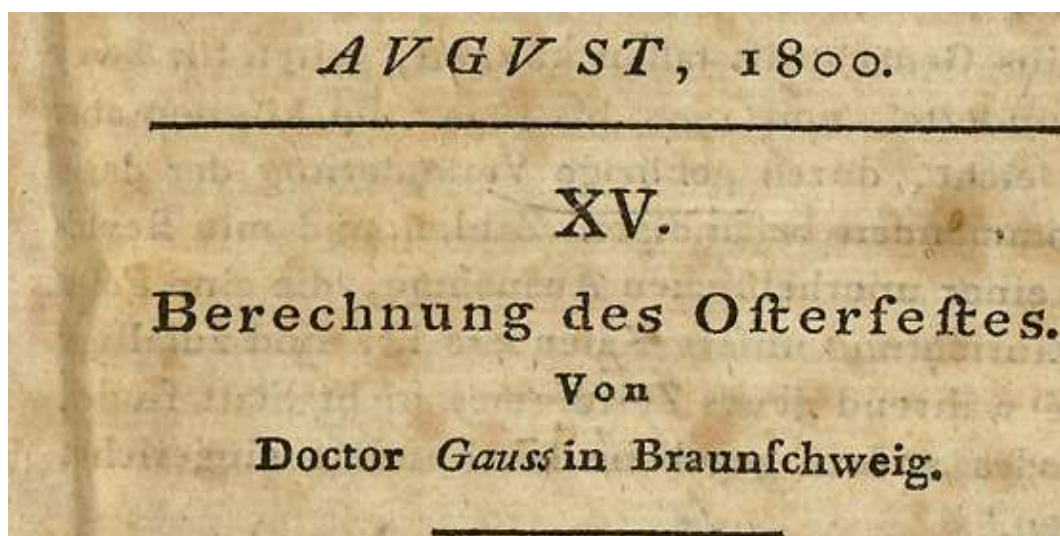
Wenn nun dieser 19.4. ein Montag ist, dann ist der 25.4. Ostersonntag. Das war zuletzt 1943 der Fall und wird erst wieder im Jahr 2038 wieder so sein.

Die Dauer zwischen zwei Vollmonden :



Nach 27,32d hat der Mond die Erde einmal umrundet. Die Erde hat sich in dieser Zeit ebenfalls weiterbewegt ($\alpha \approx 26,9^\circ$). Nach weiteren 2,2d hat der Mond dann wieder die Vollmondposition erreicht, während sich die Erde erneut um ca. $2,2^\circ$ weiter um die Sonne gedreht hat.

Die Osterformel nach **Gauß**:
(Gültig bis zum Jahr 8202)



C.F. Gauß
1777-1855

Gauß verwendet bei der Berechnung die nach ihm benannte „**Gaußklammer**“

$[x]$ bezeichnet die größte ganze Zahl unterhalb von x oder x selbst:

Beispiele:

$$[7,26] = 7 \quad [8] = 8 \quad [-7,254] = -8 \quad [-8] = -8$$

$x \text{ div } y$ bezeichnet den ganzzahligen Wert des Quotienten $\frac{x}{y}$

Beispiele:

$$10 \text{ div } 4 = 2 \quad 2005 \text{ div } 100 = 20 \quad -30 \text{ div } 7 = -4$$

$x \text{ mod } y$ bezeichnet den Rest Wert den x bei der Division mit y lässt.

Beispiele:

$$10 \text{ mod } 3 = 1 \quad 2005 \text{ mod } 100 = 5 \quad 30 \text{ mod } 7 =$$

Gauss:

Ostern im Jahr J ist immer am $(D+e+1)$ -ten Tag nach dem 21. März

$J =$	
$a = J \bmod 19$	
$b = J \bmod 4$	
$c = J \bmod 7$	
$h1 = \left\lfloor \frac{J}{100} \right\rfloor$	
$h4 = \left\lfloor \frac{J}{400} \right\rfloor$	
$m = \left\lfloor \frac{8 \cdot h1 + 13}{25} \right\rfloor - 2$	
$s = h1 - h4 - 2$	
$M = (15 + s - m) \bmod 30$	
$N = (6 + s) \bmod 7$	
$d = (M + 19a) \bmod 30$	
$D = \begin{cases} 28 & \text{falls } d = 29 \\ 27 & \text{falls } d = 28 \text{ und } a \geq 11 \\ d & \text{sonst} \end{cases}$	
$e = (2b + 4c + 6D + N) \bmod 7$	
$(D+e+1)$	
Ostertermin im Jahr J= ist der	

J=2005	
$a = J \bmod 19$	$2005 \bmod 19 = 10$
$b = J \bmod 4$	$2005 \bmod 4 = 1$
$c = J \bmod 7$	$2005 \bmod 7 = 3$
$h1 = \left\lfloor \frac{J}{100} \right\rfloor$	$\lfloor 20,05 \rfloor = 20$
$h4 = \left\lfloor \frac{J}{400} \right\rfloor$	$\lfloor 5,0125 \rfloor = 5$
$m = \left\lfloor \frac{8 \cdot h1 + 13}{25} \right\rfloor - 2$	$\left\lfloor \frac{173}{25} \right\rfloor - 2 = 4$
$s = h1 - h4 - 2$	13
$M = (15 + s - m) \bmod 30$	$24 \bmod 30 = 24$
$N = (6 + s) \bmod 7$	$19 \bmod 7 = 5$
$d = (M + 19a) \bmod 30$	$214 \bmod 30 = 4$
$D = \begin{cases} 28 & \text{falls } d = 29 \\ 27 & \text{falls } d = 28 \text{ und } a \geq 11 \\ d & \text{sonst} \end{cases}$	4
$e = (2b + 4c + 6D + N) \bmod 7$	$43 \bmod 7 = 1$
$(D + e + 1)$	6
Ostertermin im Jahr J=2005 ist der 27.3.	

Aufgabe: Bestimme die Ostertermine nach Gauß für die Jahre 1818, 1943, 2038 ,2285

Ostern 1818 und 2285 war bzw. ist am 22.3.

Ostern 1943 und 2038 war bzw. ist am 25.4.

Abweichungen der Osterdaten von den astronomischen Daten :

Jahr	2005	1818	1943	1974	2019	2038	2285
Frühlingsanfang astronomisch	20.03. 13.33 MEZ				20.03. 22:59 UMT		
Frühlingsanfang gregorianisch	21.3. 00:00	21.3. 00:00	21.3. 00:00	21.3. 00:00	21.3. 00:00	21.3. 00:00	21.3. 00:00
Vollmond astronomisch	25.03. 20:58 UMT Fr.	22.3. 14:08 UMT So.	21.3. 22:08 UMT So. 20.4. 11:11 UMT Di.	06.04 21:00 UMT Sa.	21.03. 02:43 UMT 19.04. 11:09 UMT Mo.	21.03. 02:11 UMT 19.04. 10:37 UMT Mo.	22.3. So.
Vollmond nach der PFM-Tabelle	25.03. Fr.	21.03. Sa.	18.4. So.	07.04. So.	18.4. So.	18.4. So.	21.3. Sa.
Osterdatum gregorianisch	27.03. So.	22.3. So.	25.04. So.	14.04. So.	25.04. So.	25.04. So.	22.3. So.

Eine korrekte Festlegung des Ostersonntags:

Ostersonntag ist der Sonntag, der dem Paschal Full Moon (PFM)-Datum des entsprechenden Jahres folgt.

Auf dem Konzil zu Nicäa 325 n.Chr. haben die Astronomen die astronomisch korrekten Vollmondzeiten durch die sogenannten Ecclesiastical Full Moon (EFM)-Daten angenähert.

Nach diesem Konzil war das PFM-Datum gerade das EFM-Datum, das auf den 20. März folgte. (Der 20.3. war der astronomisch korrekte Frühlingsanfang im Jahr 326)

Paschal Full Moon Dates (M=March, A=April)

Remainder after dividing year by 19	*	**		2200 - 2300		2400 - 2500		2600 - 2900		3100 - 3500		3600 - 4099			
	From 326	1583 - 1699	1700 - 1899	1900 - 2199	2200 - 2299	2300 - 2399	2400 - 2499	2500 - 2599	2600 - 2899	2900 - 3099	3100 - 3399	3400 - 3499	3500 - 3599	3600 - 3699	3700 - 3799
0	A5	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A18	A18	M21	M22	M23			
1	M25	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11			
2	A13	M21	M22	M23	M24	M25	M26	M27	M28	M29	M30	M31			
3	A2	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A18	A18			
4	M22	M29	M30	M31	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8			
5	A10	A17	A18	A18	M21	M22	M23	M24	M25	M26	M27	M28			
6	M30	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16			
7	A18	M26	M27	M28	M29	M30	M31	A1	A2	A3	A4	A5			
8	A7	A14	A15	A16	A17	A18	A18	M21	M22	M23	M24	M25			
9	M27	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13			
10	A15	M23	M24	M25	M26	M27	M28	M29	M30	M31	A1	A2			
11	A4	A11	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A17	A18	M21	M22			
12	M24	M31	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10			
13	A12	A18	M21	M22	M23	M24	M25	M26	M27	M28	M29	M30			
14	A1	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A17			
15	M21	M28	M29	M30	M31	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7			
16	A9	A16	A17	A17	A18	M21	M22	M23	M24	M25	M26	M27			
17	M29	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15			
18	A17	M25	M26	M27	M28	M29	M30	M31	A1	A2	A3	A4			

* Years from 326 apply to the Julian calendar

** Years 1583 to 4099 apply to the Gregorian calendar

Quelle: <http://users.chariot.net.au/~gmarts/easter.htm>

Daten des Frühjahrsvollmonds (Paschal Full Moon) für die Festlegung des Osterdatums

Beispiel: $2005 \bmod 19 = 10$ d.h. M25 also der 25.3.200

J mod19	326 - 1582	1583 - 1699	1700 - 1899	1900 - 2199	2200 - 2299	2300 - 2399
					2400 - 2499	2500 - 2599
0	A5	A12	A13	A14	A15	A16
1	M25	A1	A2	A3	A4	A5
2	A13	M21	M22	M23	M24	M25
3	A2	A9	A10	A11	A12	A13
4	M22	M29	M30	M31	A1	A2
5	A10	A17	A18	A18	M21	M22
6	M30	A6	A7	A8	A9	A10
7	A18	M26	M27	M28	M29	M30
8	A7	A14	A15	A16	A17	A18
9	M27	A3	A4	A5	A6	A7
10	A15	M23	M24	M25	M26	M27
11	A4	A11	A12	A13	A14	A15
12	M24	M31	A1	A2	A3	A4
13	A12	A18	M21	M22	M23	M24
14	A1	A8	A9	A10	A11	A12
15	M21	M28	M29	M30	M31	A1
16	A9	A16	A17	A17	A18	M21
17	M29	A5	A6	A7	A8	A9
18	A17	M25	M26	M27	M28	M29

Quelle: <http://www.assa.org.au/edm.html>

Ostertermine 2000-2099

23.4. 2000	15. 4. 2001	31. 3. 2002	20. 4. 2003	11. 4. 2004	27. 3. 2005	16. 4. 2006	8. 4. 2007
23. 3. 2008	12. 4. 2009	4. 4. 2010	24. 4. 2011	8. 4. 2012	31. 3. 2013	20. 4. 2014	5. 4. 2015
27. 3. 2016	16. 4. 2017	1. 4. 2018	21. 4. 2019	12. 4. 2020	4. 4. 2021	17. 4. 2022	9. 4. 2023
31. 3. 2024	20. 4. 2025	5. 4. 2026	28. 3. 2027	16. 4. 2028	1. 4. 2029	21. 4. 2030	13. 4. 2031
28. 3. 2032	17. 4. 2033	9. 4. 2034	25. 3. 2035	13. 4. 2036	5. 4. 2037	25. 4. 2038	10. 4. 2039
1. 4. 2040	21. 4. 2041	6. 4. 2042	29. 3. 2043	17. 4. 2044	9. 4. 2045	25. 3. 2046	14. 4. 2047
5. 4. 2048	18. 4. 2049	10. 4. 2050	2. 4. 2051	21. 4. 2052	6. 4. 2053	29. 3. 2054	18. 4. 2055
2.4. 2056	22. 4. 2057	14. 4. 2058	30. 3. 2059	18. 4. 2060	10. 4. 2061	26. 3. 2062	15. 4. 2063
6. 4. 2064	29. 3. 2065	11. 4. 2066	3. 4. 2067	22. 4. 2068	14. 4. 2069	30. 3. 2070	19. 4. 2071
10. 4. 2072	26. 3. 2073	15. 4. 2074	7. 4. 2075	19. 4. 2076	11. 4. 2077	3. 4. 2078	23. 4. 2079
7. 4. 2080	30. 3. 2081	19. 4. 2082	4. 4. 2083	26. 3. 2084	15. 4. 2085	31. 3. 2086	20. 4. 2087
11. 4. 2088	3. 4. 2089	16. 4. 2090	8. 4. 2091	30. 3. 2092	12. 4. 2093	4. 4. 2094	24. 4. 2095
15. 4. 2096	31. 3. 2097	20. 4. 2098	12. 4. 2099				22.3. 2285