



Gleichartige Terme

$$1\text{Banane} + 3\text{Bananen} = 4\text{Bananen}$$

$$1x + 1x = 2x$$

$$10x + 5x - 7x = 8x$$

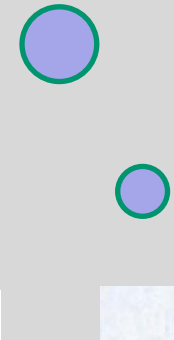
$$6xy - 2xy = 4xy$$

$$6xy^2z + 12xy^2z - 10xy^2z = 8xy^2z$$

$$10x - 5x - 7x = (-2)x$$

$$23(x + y) - 15(x + y) = 8(x + y)$$

Gleichartige Dinge kann man addieren und subtrahieren.
klar : $1x = 1 \cdot x = x$



Gleichartige Terme haben exakt den gleichen Aufbau!





Gleichartig oder nicht ?

Term1	Term2	ja/nein
a	b	nein
w	w	ja
x^2y	xy^2	nein
u^2vw^2	u^2vw^2	ja
cd	dc	ja
x^3	x^4	nein
4x	4	nein
4x	7x	ja
4x	x	ja
$u^5vw^2x^7yz^3$	$3u^5vw^2x^6yz^3$	nein
3,5α	0,7α	ja

$a + b = a + b$ nichts zu machen!

$w + w = 2w$

$x^2y + xy^2 = x^2y + xy^2$ nichts zu machen!

$u^2vw^2 + u^2vw^2 = 2u^2vw^2$

$cd + dc = cd + cd = 2cd$

$x^3 + x^4 = x^3 + x^4$ nichts zu machen!

$4x + 4 = 4x + 4$ nichts zu machen!

$4x + 7x = 11x$

$4x + x = 4x + 1x = 5x$

nichts zu machen! $x^7 \neq x^6$

$3,5\alpha + 0,7\alpha = 4,2\alpha$



Welche Umformungen sind richtig ?

$7x - 7 = x$	falsch, $7x$ und 7 sind nicht gleichartig und lassen sich nicht zusammenfassen!
$9a - a = 8a$	richtig, $9a - a = 9a - 1a = 8a$ "9Bananen – 1Banane = 8Bananen"
$x - x = 0$	richtig, die Terme sind gleichartig $x - x = 1x - 1x = 0$
$a^2 - 2a = a$	falsch, a^2 und $2a$ sind nicht gleichartig und lassen sich nicht zusammenfassen!
$3vw^2 - 2vw^2 =$ $1vw^2 = vw^2$	richtig, die Terme sind gleichartig
$7x + 9x - 4x + 2x = 14x$	richtig, die Terme sind gleichartig



Unsere Rechengesetze

Kommutativgesetze :

$$x + y = y + x \quad \text{für alle rationalen Zahlen } x, y, z$$

$$\left. \begin{aligned} x \cdot y &= y \cdot x \\ xy &= yx \end{aligned} \right\}$$

Assoziativgesetze :

$$x + y + z = (x + y) + z = x + (y + z) \quad \text{für alle rationalen Zahlen } x, y, z$$

$$\left. \begin{aligned} x \cdot y \cdot z &= (x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z) \\ xyz &= (xy)z = x(yz) \end{aligned} \right\}$$

Distributivgesetz :

$$\left. \begin{aligned} x \cdot (y + z) &= x \cdot y + y \cdot z \\ x (y + z) &= xy + yz \end{aligned} \right\} \text{für alle rationalen Zahlen } x, y, z$$



Übungen zu den Rechengesetzen

$$1.) 3 \cdot (5 \cdot x) = (3 \cdot 5) \cdot x = 15 \cdot x$$

AG

$$2.) (5 \cdot a) \cdot 9 = 9 \cdot (5 \cdot a) = (9 \cdot 5) \cdot a = 45 \cdot a =$$

KG

AG

$$3.) 0,5 \cdot ((-2) \cdot x) = (-1) \cdot x = -x$$

$$4.) (-3) \cdot ((-2) \cdot b) = 6 \cdot b$$

$$5.) \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot w \cdot \frac{3}{4} = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot w = -\frac{1}{2} w$$

$$6.) 3 \cdot (5 \cdot x) + 4 \cdot x = 15x + 4x = 19x$$

$$7.) (5a) \cdot 9 - 2a \cdot 3 = 45a - 6a = 39a$$

Logo! Das ist einfach das Assoziativgesetz:

$$a \cdot (b \cdot x) = (a \cdot b) \cdot x$$

$$a(bx) = (ab)x$$





Folgerungen aus den Rechengesetzen

Distributivgesetz :

$$\left. \begin{array}{l} x \cdot (y + z) = x \cdot y + y \cdot z \\ x(y + z) = xy + yz \end{array} \right\} \text{für alle rationalen Zahlen } x, y, z$$

1.) $x(y - z) = xy - xz$ für alle rationalen Zahlen x, y, z

Beweis:

$$\begin{aligned} x \cdot (y - z) &= x \cdot (y + (-z)) \\ &= x \cdot y + x \cdot (-z) \quad \text{D - Gesetz} \\ &= x \cdot y + (-x \cdot z) \\ &= x \cdot y - x \cdot z \end{aligned}$$

2.) $(y + z) \cdot x = yx + zx$ für alle rationalen Zahlen x, y, z

$$\begin{aligned} (y + z) \cdot x &= x \cdot (y + z) \quad \text{K - Gesetz} \\ &= x \cdot y + x \cdot z \quad \text{D - Gesetz} \\ &= y \cdot x + z \cdot x \quad \text{K - Gesetz} \end{aligned}$$

Folgerungen aus den Rechengesetzen

Distributivgesetz :

$$\left. \begin{aligned} x \cdot (y + z) &= x \cdot y + y \cdot z \\ x(y + z) &= xy + yz \end{aligned} \right\} \text{für alle rationalen Zahlen } x, y, z$$

3.) $(x + y) : z = x : z + y : z$ für alle rationalen Zahlen x, y, z ($z \neq 0$)

Beweis:

$$\begin{aligned} (x + y) : z &= (x + y) \cdot \frac{1}{z} \\ &= x \cdot \frac{1}{z} + y \cdot \frac{1}{z} \\ &= x : z + y : z \end{aligned}$$

4.) $(y - z) : x = y : x - z : x$ für alle rationalen Zahlen x, y, z ($z \neq 0$)

Beweis:

$$\begin{aligned} (y + z) \cdot x &= x \cdot (y + z) \quad \text{K-Gesetz} \\ &= x \cdot y + x \cdot z \quad \text{D-Gesetz} \\ &= y \cdot x + z \cdot x \quad \text{K-Gesetz} \end{aligned}$$

Logo!
Hauptsatz der
Bruchrechnung

$$a : b = \frac{a}{b} = a \cdot \frac{1}{b} \quad b \neq 0$$



Anwendung des Distributivgesetzes

$$x(y \pm z) = xy \pm xz$$

$$(x \pm y)z = xz \pm yz$$

$$(x \pm y) : z = x : z \pm y : z$$

Anwendung:

$$x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$$

↓ ↓ ↓

$$5 \cdot (a + 3) = 5 \cdot a + 5 \cdot 3 \\ = 5a + 15$$

$$7 \cdot (y - 9) = 7y - 63$$

$$(8 + b) \cdot (-7) = -56 + b \cdot (-7)$$

$$= -56 + (-7) \cdot b$$

$$= -56 + (-7 \cdot b)$$

$$= -56 - 7 \cdot b$$

$$\Delta \cdot (\Phi \pm \Omega) = \Delta \cdot \Phi \pm \Phi \cdot \Omega$$

i
Think



Anwendung des Distributivgesetzes

$$4(3y - 2) = 12y - 8$$

$$4(3y + 4x - 2) = 12y + 16x - 8$$

$$(7y + 2) \cdot 5 = 35y + 10$$

Logo! Jeder Summand in der Klammer wird mit dem Faktor außerhalb der Klammer multipliziert!

$$(2a + 3b - 4c + 5) \cdot 6 = 12a + 18b - 24c + 30$$



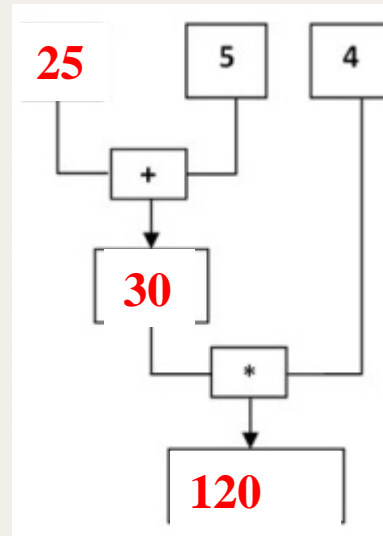
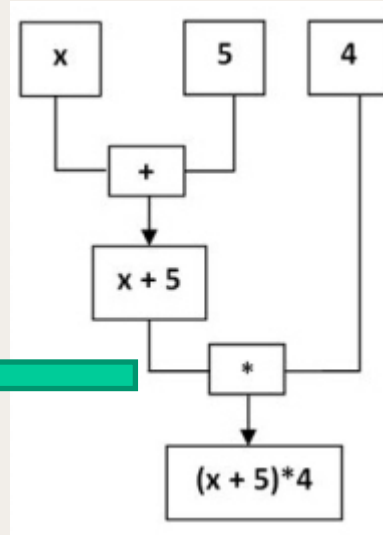


Der Typ von Termen

$$(x + 5) \cdot 4$$



Produkt



Die letzte Rechenoperation, die du ausführen musst, bestimmt den Typ des Terms.

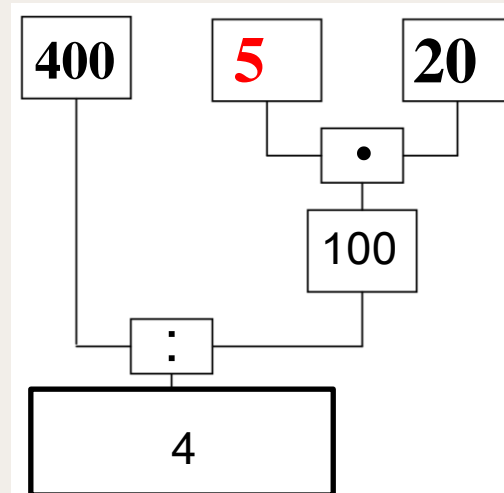
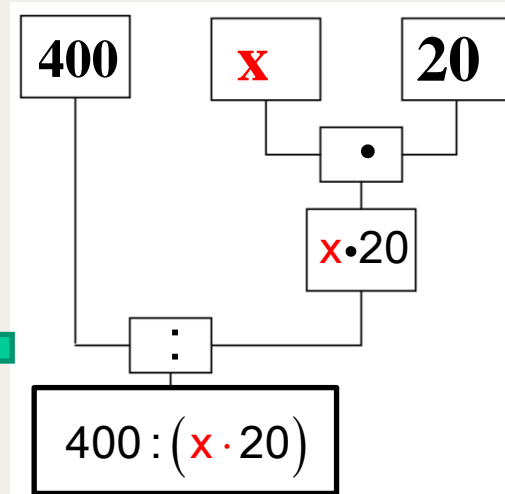


Der Typ von Termen

$$400 : (x \cdot 20)$$



Quotient





Der Typ von Termen

Term	Typ
$(7 \cdot 5 + 2) - 19$	Differenz
$(7 \cdot x + 2) - y$	Differenz
$(12 \cdot a + 2) \cdot a$	Produkt
$(x + 2) : (y + 1)$	Quotient
$10 + (x + 2) : (y + 1)$	Summe
$(x + 2)^2$	Produkt oder Potenz



Zusammenfassen gleichartiger Terme

$$\begin{aligned} & 3x + 4y - y + 12x - 5y - 10x \\ = & 3x + 4y + (-1y) + 12x + (-5y) + (-10x) \\ = & \left(\underbrace{3x + 12x + (-10x)}_{5x} \right) + \left(\underbrace{4y + (-1y) + (-5y)}_{(-2y)} \right) \\ = & 5x + (-2y) \\ = & 5x - 2y \end{aligned}$$

Solche Terme nennt man in der Mathematik eine **algebraische Summe**.

Logo! Ich kann das als **reine Summe** schreiben!

$$\begin{aligned} & 12a - 4b + c + 12b - 6c - a + 5b = \\ & 11a + 13b - 5c \end{aligned}$$



Zusammenfassen gleichartiger Terme

$$3xy^2 + 4x^2y - 5xy + 12xy^2 - 5x^2y - 10xy =$$

$$3xy^2 + 4x^2y - 5xy + 12xy^2 - 5x^2y - 10xy =$$

$$15xy^2 - 1x^2y - 15xy =$$

$$15xy^2 - x^2y - 15xy =$$

Gleichartige Terme erkennen!

$$8a^3 - 4b^3 + c^2 + 12c^3 - 16a^2 - a^3 + 5b^2 =$$

$$7a^3 - 4b^3 + 6c^2 + 12c^3 - 16a^2$$





Zusammenfassen gleichartiger Terme

1. $c+3c-3c-h-2h+c+3c-c = 4c-3h$

2. $3a+3c+2a+2a-c+a+c+2a = 10a+3c$

3. $3i^2j+i^2-4j-2ij+4ij-3i^2j+4i^2+4j = 5i^2+2ij$

4. $-4c^2d-c^2d+d-3cd^2-c-2c^2d-3c^2d-d = -10c^2d-3cd^2-c$

5. $a^2b^3-4a^2b^2-2a^2b^2+5a^2b^2-5ab^3-a^2b^3-a^2b^2-a^2b^2 = -3a^2b^2-5ab^3$

6. $d^2(-3+2d) = -3d^2+2d^3$

7. $a^2(-1+3a) = -a^2+3a^3$

8. $b^2(3b+1) = 3b^3+b^2$

9. $a^3(2a^3+4+3a^3+3a) = 2a^6+4a^3+3a^6+3a^4$

10. $ad(3d^3+a^2) = 3ad^4+a^3d$

11. $gk^2(-g^3+2k^3) = -g^4k^2+2gk^5$

12. $5c^3e^2(1+c) = 5c^3e^2+5c^4e^2$



Zusammenfassen gleichartiger Terme

Aufgaben

1. $2i-2i+3f+2f-i-3i-3i+3f = -7i+8f$

2. $2e-3b-3b-3b+e+2e+b-2b = 5e-10b$

3. $-3c+j+2j+3j+2c-2c-j+3j = -3c+8j$

4. $-b^3+b+2bg-3bg^2-g+2b^3+b+2bg = b^3+2b+4bg-3bg^2-g$

5. $4e-4de^2-3d^2+d+3e-2e-3de^2-2d^2 = 5e-7de^2-5d^2+d$

6. $-a^2e-a^2e+4ae+a+ae^2+a^2e+4a^2e-ae = 3a^2e+3ae+a+ae^2$

7. $-ef-2e^2f^3+5f^2-2e-e^3f^2-4ef-e^2f^3-f^2 = -5ef-3e^2f^3+4f^2-2e-e^3f^2$

8. $-3e^3r+2er-r^4+2er^2-2e^2-e^3r+4er-5r^4 = -4e^3r+6er-6r^4+2er^2-2e^2$