

# Gleichungen

$$2 + 2 = 5 \quad \text{falsch}$$

$$2 + 2 = 4 \quad \text{wahr}$$

$$2x - 6 = 34$$

$$2x - 6 = x + 4$$

$$x + 1 = x$$

$$x + x = 2x$$

Eine Gleichung besteht aus zwei Termen, die durch ein Gleichheitszeichen verbunden sind!

Enthält eine Gleichung nur Zahlen, dann kann ich direkt feststellen, ob die Aussage **wahr** oder **falsch** ist.





# Gleichungen

$2x - 6 = 34$  wahr, wenn ich für x 20 einsetze

$2x - 6 = x + 4$  wahr, wenn ich für x 10 einsetze

$x + 1 = x$  Immer falsch, egal welche Zahl ich einsetze

$x + x = 2x$  Immer wahr, egal welche Zahl ich einsetze

Wahr oder falsch,  
das ist hier die Frage!

Enthält eine Gleichung Variablen, dann kann ich erst dann feststellen, ob die Aussage **wahr** oder **falsch** ist, wenn ich für die Variablen Werte einsetze.





# Lösungsmenge einer Gleichung

$$2x - 6 = 34 \quad L = \{20\}$$

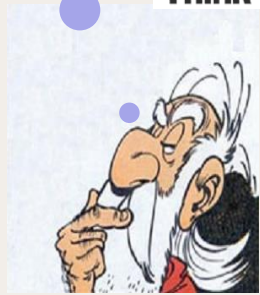
$$2x - 6 = x + 4 \quad L = \{10\}$$

$$x + 1 = x \quad L = \{ \} \text{ keine Lösung}$$

$$x + x = 2x \quad L = \mathbb{Q} \text{ allgemeingültig}$$

$$x^2 = 4 \quad L = \{-2; 2\} \text{ zwei Lösungen}$$

Mich interessieren natürlich die Werte, für die eine **wahre** Aussage entsteht!

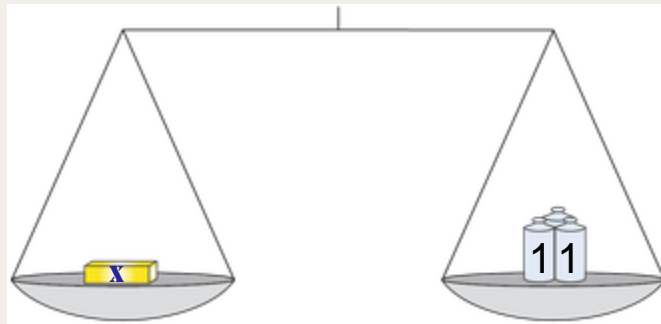
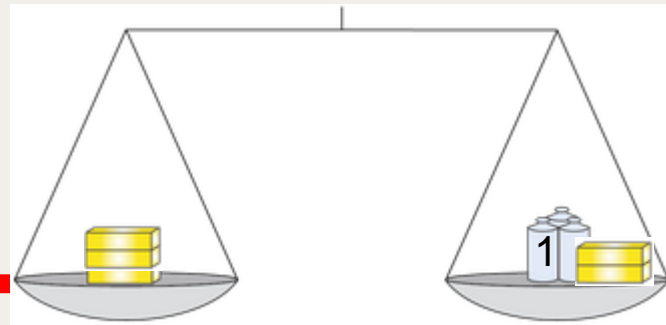
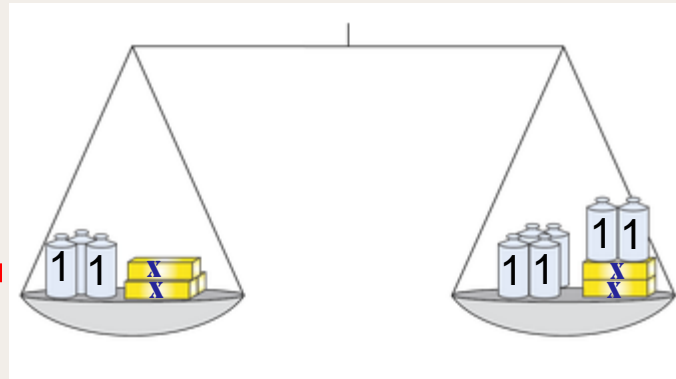


# Lösungsmenge einer Gleichung

$$3 + 3x = 6 + 2x \quad | -3$$

$$3x = 3 + 2x \quad | -2x$$

$$x = 3$$



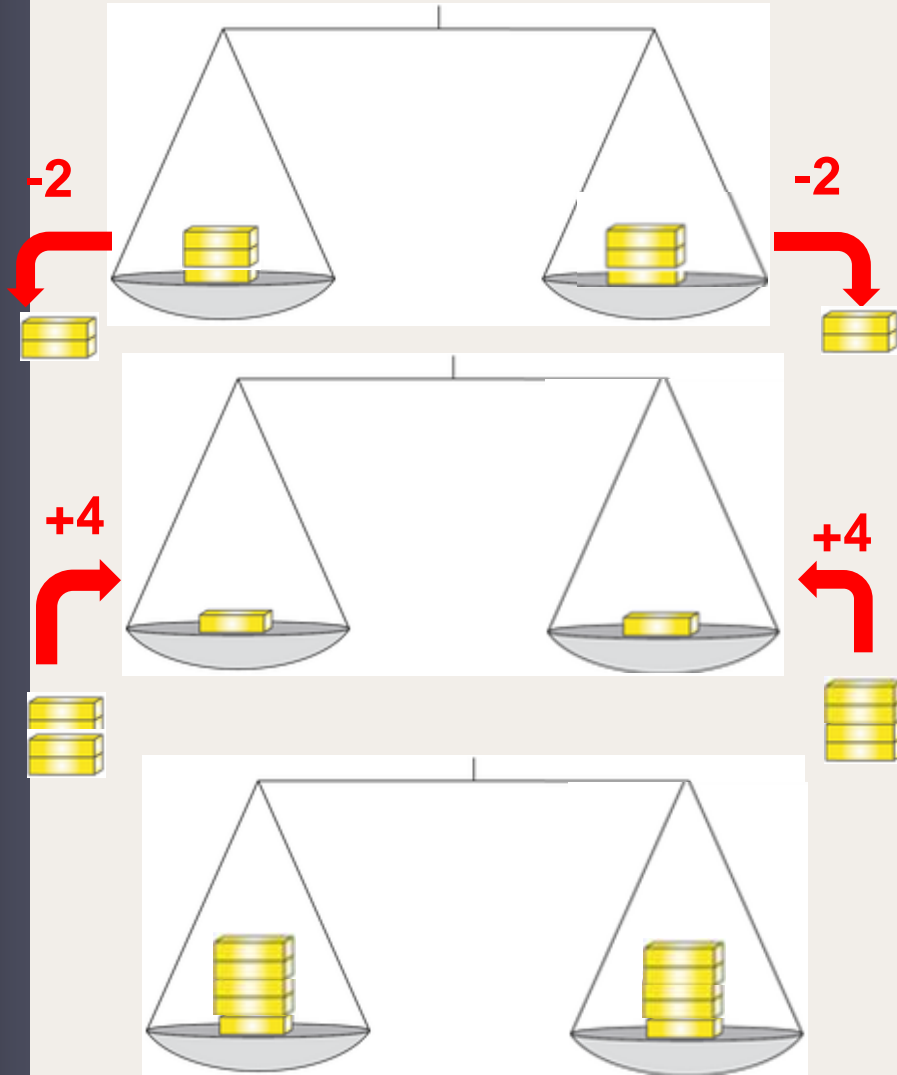
Logo, ich muss die Waage im Gleichgewicht halten!



$$L = \{3\}$$



# Umformung von Gleichungen



Was darf ich auf beiden Seiten der Waagschalen tun, damit die Waage im Gleichgewicht bleibt?

Bei einer Gleichung darf ich auf **beiden Seiten** die gleiche Zahl **addieren** oder **subtrahieren** ohne dass sich das „Gleichgewicht“ verändert!





# Umformung von Gleichungen

$$x - 6 = 14 \quad | +6$$

$$x - 6 + 6 = 14 + 6$$

$$x = 20 \quad L = \{20\}$$

$$2x - 6 = x + 4 \quad | -x$$

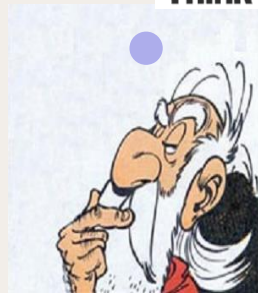
$$2x - 6 - x = x + 4 - x$$

$$x - 6 = 4 \quad | +6$$

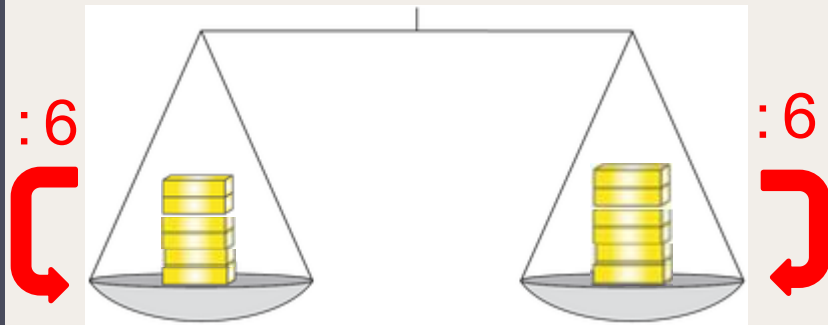
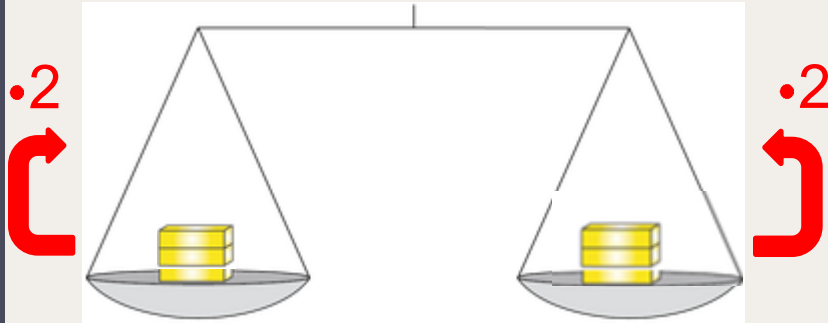
$$x - 6 + 6 = 4 + 6$$

$$x = 10 \quad L = \{10\}$$

Logo! Durch diese Umformungen entstehen immer neue Gleichungen, die die gleiche Lösungsmenge haben wie die Ausgangsgleichung.



# Umformung von Gleichungen



Was darf ich auf beiden Seiten der Waagschalen tun, damit die Waage im Gleichgewicht bleibt?

Bei einer Gleichung darf ich auf **beiden Seiten** mit der gleichen Zahl **multiplizieren** oder **dividieren** (außer mit 0) ohne dass sich das „Gleichgewicht“ verändert!



# Umformung von Gleichungen

$$\begin{array}{l}
 2x - 6 = 14 \quad | +6 \\
 2x = 20 \quad | :2 \\
 x = 10 \quad L = \{10\}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 5x + 16 = 2x + 10 \quad | -2x \\
 3x + 16 = 10 \quad | -16 \\
 3x = -6 \quad | :3 \\
 x = -2 \quad L = \{-2\}
 \end{array}$$

Probe:

$$\begin{array}{l}
 5 \cdot (-2) + 16 \stackrel{?}{=} 2 \cdot (-2) + 10 \\
 (-10) + 16 \stackrel{?}{=} (-4) + 10 \\
 6 = 6 \quad \text{o.k.}
 \end{array}$$

Logo! Ich muss immer so umformen, bis x alleine auf einer Seite steht, dann kenne ich die Lösungsmenge.







# Übungen: Gleichungen lösen

1.  $9x - 4 = 50$

2.  $4 + 8x = 52$

3.  $6 - 2x = 24$

4.  $4 + 9x = 7$

5.  $9 - 8x = -5$

6.  $2x - \frac{5}{6} = \frac{91}{6}$

7.  $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}x = \frac{8}{15}$

8.  $7 + 5x = 23 + 7x$

9.  $6x - 1 = -3x - 55$

10.  $2x - 6 = -4x - 3$

$$9x - 4 = 50 \quad | +4$$

$$9x = 54 \quad | :9$$

$$x = 6$$

$$L = \{6\}$$

$$4 + 8x = 52 \quad | -4$$

$$8x = 48 \quad | :8$$

$$x = 6$$

$$L = \{6\}$$

$$6 - 2x = 24 \quad | -6$$

$$-2x = 18 \quad | \cdot (-1)$$

$$2x = -18 \quad | :2$$

$$x = -9$$

$$L = \{-9\}$$



# Übungen: Gleichungen lösen

1.  $9x - 4 = 50$

2.  $4 + 8x = 52$

3.  $6 - 2x = 24$

4.  $4 + 9x = 7$

5.  $9 - 8x = -5$

6.  $2x - \frac{5}{6} = \frac{91}{6}$

7.  $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}x = \frac{8}{15}$

8.  $7 + 5x = 23 + 7x$

9.  $6x - 1 = -3x - 55$

10.  $2x - 6 = -4x - 3$

$$\begin{array}{l}
 4 + 9x = 7 \quad | -4 \\
 9x = 3 \quad | :9 \\
 x = \frac{3}{9}
 \end{array}$$

$$L = \left\{ \frac{1}{3} \right\}$$

$$\begin{array}{l}
 9 - 8x = -5 \quad | -9 \\
 -8x = -14 \quad | \cdot (-1) \\
 8x = 14 \quad | :8 \\
 x = \frac{14}{8}
 \end{array}$$

$$L = \left\{ \frac{7}{4} \right\}$$



# Übungen: Gleichungen lösen

1.  $9x - 4 = 50$

2.  $4 + 8x = 52$

3.  $6 - 2x = 24$

4.  $4 + 9x = 7$

5.  $9 - 8x = - 5$

6.  $2x - \frac{5}{6} = \frac{91}{6}$

7.  $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}x = \frac{8}{15}$

8.  $7 + 5x = 23 + 7x$

9.  $6x - 1 = - 3x - 55$

10.  $2x - 6 = - 4x - 3$

$$2x - \frac{5}{6} = \frac{91}{6} \quad | + \frac{5}{6}$$

$$2x = 16 \quad | : 2$$

$$x = 8$$

$$L = \{8\}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5}x = \frac{8}{15} \quad | - \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{5}x = \frac{1}{5} \quad | : \frac{1}{5}$$

$$x = 1$$

$$L = \{1\}$$



# Übungen: Gleichungen lösen (x auf beiden Seiten)

1.  $9x - 4 = 50$

2.  $4 + 8x = 52$


3.  $6 - 2x = 24$

4.  $4 + 9x = 7$

5.  $9 - 8x = - 5$

6.  $2x - \frac{5}{6} = \frac{91}{6}$

7.  $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}x = \frac{8}{15}$

8.   $7 + 5x = 23 + 7x$

9.  $6x - 1 = - 3x - 55$

10.  $2x - 6 = - 4x - 3$

$7 + 5x = 23 + 7x \quad | -5x$

$7 = 23 + 2x \quad | -23$

$-16 = 2x \quad | :2$

$-8 = x$

$L = \{-8\}$

Logo: Wenn x auf beiden Seiten vorkommt, dann muss ich x auf eine Seite bringen!





# Übungen: Gleichungen lösen (x auf beiden Seiten)

1.  $9x - 4 = 50$

2.  $4 + 8x = 52$

3.  $6 - 2x = 24$


4.  $4 + 9x = 7$


5.  $9 - 8x = - 5$

6.  $2x - \frac{5}{6} = \frac{91}{6}$

7.  $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}x = \frac{8}{15}$

8.  $7 + 5x = 23 + 7x$

9.   $6x - 1 = - 3x - 55$

10.   $2x - 6 = - 4x - 3$

$6x - 1 = -3x - 55$  |  $+ 3x$

$9x - 1 = -55$  |  $+1$

$9x = -54$  |  $: 9$

$x = -6$

$L = \{-6\}$

$2x - 6 = -4x - 3$  |  $+ 4x$

$6x - 6 = -3$  |  $+6$

$6x = 3$  |  $: 6$

$x = \frac{1}{2}$

$L = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$



# Übungen: Gleichungen lösen (x auf beiden Seiten)

1.  $9x - 4 = 50$

2.  $4 + 8x = 52$

3.  $6 - 2x = 24$


4.  $4 + 9x = 7$


5.  $9 - 8x = - 5$

6.  $2x - \frac{5}{6} = \frac{91}{6}$

7.  $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}x = \frac{8}{15}$

8.  $7 + 5x = 23 + 7x$

9.   $6x - 1 = - 3x - 55$

10.   $2x - 6 = - 4x - 3$

$6x - 1 = -3x - 55$  |  $+ 3x$

$9x - 1 = -55$  |  $+1$

$9x = -54$  |  $: 9$

$x = -6$

$L = \{-6\}$

$2x - 6 = -4x - 3$  |  $+ 4x$

$6x - 6 = -3$  |  $+6$

$6x = 3$  |  $: 6$

$x = \frac{1}{2}$

$L = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$



# Übungen: Gleichungen lösen (x auf beiden Seiten)

11.  $5(2 - 2x) = 52 - 4(6 + 3x)$

12.  $4(-5x - 6) = 3(6x - 4) - 126$

13.  $3(7 - 7x) = -4(-x - 4) - 1$

14.  $-4\left(3\frac{1}{2} - \frac{9}{5}x\right) = -\frac{9}{2}\left(\frac{7}{2} - 3x\right) - \frac{721}{20}$

$$5(2 - 2x) = 52 - 4(6 + 3x)$$

$$10 - 10x = 52 - 24 - 12x \quad | +12x$$

$$10 + 2x = 28 \quad | -10$$

$$2x = 18 \quad | :2$$

$$x = 9$$

$$L = \{9\}$$

$$4(-5x - 6) = 3(6x - 4) - 126$$

$$-20x - 24 = 18x - 12 - 126 \quad | +20x$$

$$-24 = 38x - 138 \quad | +138$$

$$114 = 38x \quad | :38$$

$$x = 3$$

$$L = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$



# Übungen: Gleichungen lösen (x auf beiden Seiten)

1.  $9x - 4 = 50$

2.  $4 + 8x = 52$

3.  $6 - 2x = 24$


4.  $4 + 9x = 7$


5.  $9 - 8x = - 5$

6.  $2x - \frac{5}{6} = \frac{91}{6}$

7.  $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}x = \frac{8}{15}$

8.  $7 + 5x = 23 + 7x$

9.   $6x - 1 = - 3x - 55$

10.   $2x - 6 = - 4x - 3$

$6x - 1 = -3x - 55$  |  $+ 3x$

$9x - 1 = -55$  |  $+1$

$9x = -54$  |  $: 9$

$x = -6$

$L = \{-6\}$

$2x - 6 = -4x - 3$  |  $+ 4x$

$6x - 6 = -3$  |  $+6$

$6x = 3$  |  $: 6$

$x = \frac{1}{2}$

$L = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$





# Übungen: Gleichungen lösen (mit Klammern)



$$9(1 + x) = 74 + 2(5 - 8x)$$



$$5(-7x - 6) = (6 - 3x) - 292$$

$$2(4x - 8) = 5 - 5(2 - 4x)$$

$$\frac{1}{2}(-x - \frac{3}{5}) = \frac{19}{20} + \frac{1}{2}(3 + \frac{5}{6}x)$$

$$9(1 + x) = 74 + 2(5 - 8x)$$

$$9 + 9x = 74 + 10 - 16x \quad | +16x$$

$$9 + 25x = 84 \quad | -9$$

$$25x = 75 \quad | :25$$

$$x = 3 \quad L = \{3\}$$

$$5(-7x - 6) = (6 - 3x) - 292$$

$$-35x - 30 = 6 - 3x - 292 \quad | +35x$$

$$-30 = 32x - 286 \quad | +286$$

$$256 = 32x \quad | :32$$

$$x = 8 \quad L = \{8\}$$



# Übungen: Gleichungen lösen (mit Klammern)

$$9(1 + x) = 74 + 2(5 - 8x)$$

$$5(-7x - 6) = (6 - 3x) - 292$$



$$2(4x - 8) = 5 - 5(2 - 4x)$$



$$\frac{1}{2}(-x - \frac{3}{5}) = \frac{19}{20} + \frac{1}{2}(3 + \frac{5}{6}x)$$

$$2(4x - 8) = 5 - 5(2 - 4x)$$

$$8x - 16 = 5 - 10 + 20x \quad | -8x$$

$$-16 = -5 + 12x \quad | +5$$

$$-11 = 12x \quad | :12$$

$$x = -\frac{11}{12} \quad L = \left\{ -\frac{11}{12} \right\}$$

$$\frac{1}{2}\left(-x - \frac{3}{5}\right) = \frac{19}{20} + \frac{1}{2}\left(3 + \frac{5}{6}x\right)$$

$$-\frac{1}{2}x - \frac{3}{10} = \frac{19}{20} + \frac{3}{2} + \frac{5}{12}x \quad | +\frac{1}{2}x$$

$$-\frac{3}{10} = \frac{49}{20} + \frac{11}{12}x \quad | -\frac{49}{20}$$

$$-\frac{55}{20} = \frac{11}{12}x \quad | : \frac{11}{12}$$

$$-3 = x$$

$$L = \{-3\}$$